

# ЛОГАРИФМ И ЕГО СВОЙСТВА

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА

$$\log_a b \quad (a > 0, a \neq 1, b > 0)$$

Логарифм числа  $b$  по основанию  $a$  - это показатель степени, в которую надо возвести основание  $a$ , чтобы получить число  $b$

$$\log_5 25 = 2, \quad \text{т.к. } 5^2 = 25$$

$$\log_5 \frac{1}{25} = -2, \quad \text{т.к. } 5^{-2} = \frac{1}{25}$$

$$\log_5 1 = 0, \quad \text{т.к. } 5^0 = 1$$

$\log_a b$  - корень уравнения  $a^x = b$

$$5^m = 7 \iff \log_5 7 = m$$

## СВОЙСТВА ЛОГАРИФМА

$$\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$$

$$\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$$

$$\log_a b^k = k \cdot \log_a b \iff \log_a b^k = \log_a b^k$$

$$\log_a b^{\frac{1}{k}} = \frac{1}{k} \log_a b$$

Формула перехода к новому основанию

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \iff \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_a b \cdot \log_b a = 1$$

## ДЕСЯТИЧНЫЕ И НАТУРАЛЬНЫЕ ЛОГАРИФМЫ

### Десятичные логарифмы

$$\log_{10} a = \lg a$$

$$\lg 10 = 1, \quad \lg 1000 = 3$$

$$\lg 0,1 = -1, \quad \lg 0,01 = -2$$

$x$	2	3	4	5	6	7	8
$\lg x \approx$	0,30	0,48	0,60	0,70	0,78	0,85	0,90

### Натуральные логарифмы

$$\log_e a = \ln a \quad e \approx 2,718281828...$$

$x$	2	3	4	5	6	7	8
$\ln x \approx$	0,69	1,10	1,39	1,61	1,79	1,95	2,08

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА

$$\log_a b \quad (a > 0, a \neq 1, b > 0)$$

Логарифм числа  $b$  по основанию  $a$  - это показатель степени, в которую надо возвести основание  $a$ , чтобы получить число  $b$

$$\log_5 25 = 2, \quad \text{т.к. } 5^2 = 25$$

$$\log_5 \frac{1}{25} = -2, \quad \text{т.к. } 5^{-2} = \frac{1}{25}$$

$$\log_5 1 = 0, \quad \text{т.к. } 5^0 = 1$$

$\log_a b$  - корень уравнения  $a^x = b$

$$5^m = 7 \iff \log_5 7 = m$$

## СЛЕДСТВИЯ

$$\log_a a = 1 \quad \log_3 3 = 1, \quad \log_5 b = 1 \iff b = 5$$

$$\log_a 5 = 1 \iff a = 5$$

$$\log_a a^n = n \quad \log_3 3^5 = 5, \quad 7 = \log_4 4^7$$

$$\log_a 1 = 0 \quad \log_3 3 = 0, \quad \log_5 b = 0 \iff b = 1$$

Основное логарифмическое тождество

$$a^{\log_a b} = b \quad 5^{\log_5 7} = 7, \quad 3 = 8^{\log_8 3}$$

## СРАВНЕНИЕ ЛОГАРИФМОВ

При  $a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0$

Логарифмирование, потенцирование

$$b = c \iff \log_a b = \log_a c$$

$$b > c \iff \log_a b > \log_a c$$

знак неравенства сохраняется

$$\text{для } 0 < a < 1 \quad b > c \iff \log_a b < \log_a c$$

знак неравенства меняется

## ПРИМЕРЫ

$$1) \log_3 (3c) = \log_3 3 + \log_3 c = 1 + \log_3 c$$

$$2) \log_5 \frac{8}{5} = \log_5 8 - \log_5 5 = \log_5 8 - 1$$

$$3) \log_2 32 = \log_2 2^5 = 5$$

$$4) \log_8 7 = \log_2 7^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log_2 7$$

$$5) \log_5 8 = \log_5 2^3 = \frac{\log_2 2^3}{\log_2 5} = \frac{3}{\log_2 5}$$