



МГУ - ШКОЛЕ

В. Ф. Бутузов
С. Б. Кадомцев
В. В. Прасолов

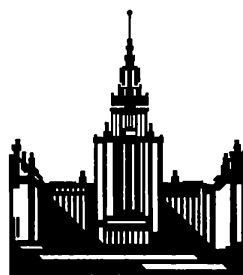
Геометрия

Дидактические
материалы

9




ПРОСВЕЩЕНИЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО



МГУ - ШКОЛЕ

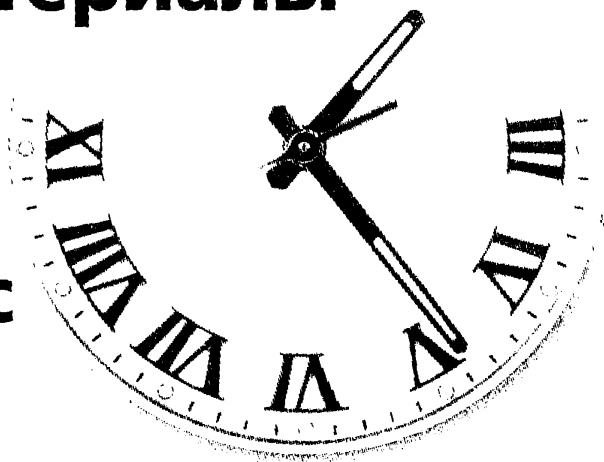
**В. Ф. Бутузов
С. Б. Кадомцев
В. В. Прасолов**



Геометрия

**Дидактические
материалы**

9 класс



Москва
«Просвещение»
2012

УДК 372.8:514
ББК 74.262.21
Б93

Серия «МГУ — школе» основана в 1999 году

Бутузов В.Ф.
Б93 Геометрия. Дидактические материалы. 9 класс /
В.Ф.Бутузов, С.Б.Кадомцев, В.В.Прасолов. — М. :
Просвещение, 2012. — 47 с. : ил. — (МГУ — шко-
ле). — ISBN 978-5-09-019841-7.

Дидактические материалы ориентированы на учебник
В.Ф.Бутузова, С.Б.Кадомцева, В.В.Прасолова «Геометрия, 9» под
редакцией В.А.Садовниченко.

В них представлены самостоятельные и контрольные работы
в нескольких вариантах и различного уровня сложности, а также
математические диктанты и примерные задачи к ГИА. Ко всем за-
даниям даны ответы, а ко многим — указания к решениям.

УДК 372.8:514
ББК 74.262.21

ISBN 978-5-09-019841-7

© Издательство «Просвещение», 2012
© Художественное оформление.
Издательство «Просвещение», 2012
Все права защищены

Предисловие

Пособие содержит дополнительный задачный материал по курсу геометрии 9 класса. Оно ориентировано на учебник В. Ф. Бутузова, С. Б. Кадомцева, В. В. Прасолова «Геометрия, 9» под редакцией В. А. Садовниченко.

В пособии представлены 9 самостоятельных работ, 3 контрольные работы, 2 математических диктанта, примерные задачи к ГИА, тестовые задания и дополнительные задачи.

Самостоятельные работы обозначены буквой С с соответствующим номером. Темы самостоятельных работ (в скобках указаны параграфы и пункты учебника, к которым относятся самостоятельные работы):

С-1. Координаты точки и координаты вектора (§19, пп. 84—89).

С-2. Уравнение прямой и уравнение окружности (§19, пп. 90, 91).

С-3. Операции с векторами (§20, пп. 92—96).

С-4. Движения (§21, пп. 97, 98).

С-5. Центральное подобие (§21, п. 99).

С-6. Площадь многоугольника (§22, пп. 101—106).

С-7*. Площадь четырёхугольника. Формула Герона (§22, пп. 107, 108).

С-8. Длина окружности и площадь круга (§23, пп. 109—111).

С-9. Итоговое повторение.

Все самостоятельные работы даются в четырёх вариантах. В большинстве вариантов 3 задачи, но если на самостоятельную работу отводится меньше 30 минут, то третью задачу нужно исключить и оставить только первые две задачи. Третий и четвёртый варианты, как правило, более сложные, чем первый и второй. Самостоятельная работа по теме «Площадь четырёхугольника. Формула Герона» предназначена для наиболее подготовленных классов.

Контрольные работы обозначены буквой К с соответствующим номером. Они предназначены для итоговой проверки знаний по первым двум главам учебника (рабо-

ты К-1 и К-2) и по всей части курса геометрии 9 класса, которая относится к планиметрии (работа К-3). В каждой контрольной работе 4 задачи, причём последняя задача — дополнительная, её рекомендуется предлагать только в наиболее подготовленных классах и оценивать отдельно. Каждая контрольная работа даётся в четырёх вариантах.

Математические диктанты обозначены буквами МД с соответствующим номером: МД-1 и МД-2. Они предназначены для итоговой проверки знаний по седьмой и восьмой главам. Оба математических диктанта даются в двух одинаковых по сложности вариантах.

Дополнительные задачи можно предложить для самостоятельной работы учащимся, успешно справляющимся с задачами из учебника. Их можно также использовать для проведения занятий в кружках и при организации факультативов.

В конце книги даны ответы ко всем задачам из самостоятельных и контрольных работ, а также указания к наиболее сложным задачам самостоятельных работ.

Самостоятельные работы

ВАРИАНТ 1

С-1

1. Точка M является серединой отрезка AB . Найдите координаты точки A , если $M(2; 1)$ и $B(5; 0)$.
2. Найдите длину вектора $\vec{AB}$, если $A(-2; -3)$ и $B(3; 9)$.
3. Найдите косинус угла между векторами $\vec{a}\{1; 2\}$ и $\vec{b}\{3; -1\}$.

С-2

1. Лежат ли точки $A(-1; -1)$, $B(5; 1)$ и $C(-4; -2)$ на одной прямой?
2. Окружность с центром $A(2; 3)$ проходит через начало координат. Составьте уравнение этой окружности.
3. Каково взаимное расположение прямой $3x - 4y + 25 = 0$ и окружности $x^2 + y^2 = 25$?

С-3

1. Даны векторы $\vec{a}\{2; 3\}$ и $\vec{b}\{-1; 2\}$. Найдите координаты вектора $-3\vec{a} + 2\vec{b}$.
2. Даны векторы $\vec{a}\{1; -3\}$ и $\vec{b}\{2; 1\}$. Найдите такое число x , что вектор $\vec{a} + x\vec{b}$ перпендикулярен к вектору $\vec{b}$.
3. На стороне BC параллелограмма $ABCD$ отмечена точка K так, что $BK : KC = 3 : 2$. Разложите вектор $\vec{AK}$ по векторам $\vec{a} = \vec{AB}$ и $\vec{b} = \vec{AD}$.

С-4

1. При параллельном переносе точка (1; 2) переходит в точку (4; 5). В какую точку переходит точка (3; 7) при этом параллельном переносе?
2. Сколько осей симметрии имеет ромб, не являющийся квадратом?
3. Постройте трапецию по основаниям и боковым сторонам.

С-5

1. Две окружности имеют единственную общую точку K . Прямая, проходящая через точку K , пересекает эти окружности в точках A и B . Докажите, что прямые, касающиеся этих окружностей в точках A и B , параллельны.
2. Докажите, что четыре точки, симметричные данной точке относительно середин сторон квадрата, являются вершинами квадрата.
3. Дан острый угол AOB и точка K внутри его. Постройте квадрат, одна сторона которого лежит на луче OA , другая сторона проходит через точку K и одна вершина лежит на луче OB .

С-6

1. Периметр прямоугольника равен 26 см, а одна из его сторон равна 9 см. Найдите сторону квадрата, равновеликого этому прямоугольнику.
2. На стороне AB квадрата $ABCD$, равной 12 см, отмечена точка E так, что $CE = 13$ см. Найдите площадь четырёхугольника $AECD$.
3. Точки A_1, B_1, C_1 и D_1 — середины сторон CD, DA, AB и BC квадрата $ABCD$, площадь которого равна S . Найдите площадь четырёхугольника, стороны которого лежат на прямых AA_1, BB_1, CC_1 и DD_1 .

С-7*

1. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность радиуса R , угол между его диагоналями равен φ . Докажите, что площадь четырёхугольника равна $2R^2 \sin A \sin B \sin \varphi$.
2. Найдите площадь треугольника, стороны которого равны 13, 14 и 15.

С-8

1. Длина окружности равна 6π . Найдите площадь ограниченного ею круга.
2. Найдите отношение площади квадрата к площади описанного около него круга.
3. Площадь кольца, заключённого между двумя непересекающимися окружностями, равна 3π . Найдите диаметры этих окружностей, если один из них в два раза больше другого.

С-9

1. В окружность радиуса 13 см вписан прямоугольный треугольник, один из катетов которого равен 10 см. Найдите площадь этого треугольника.
2. Даны точки $A(-2; 0)$, $B(0; -4)$, $C(1; -2)$ и $D(1; 6)$. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ — трапеция, и найдите её высоту.
3. Общая хорда двух кругов радиуса R равна $\sqrt{2}R$. Найдите площадь общей части этих кругов.

С-1

1. Точка M является серединой отрезка AB . Найдите координаты точки B , если $M(0; 2)$ и $A(-2; -2)$.
2. Найдите длину вектора $\vec{AB}$, если $A(3; 1)$ и $B(-1; -2)$.
3. Найдите косинус угла между векторами $\vec{a}\{1; -1\}$ и $\vec{b}\{3; 4\}$.

С-2

1. Лежат ли точки $A(-1; -1)$, $B(-5; -2)$ и $C(4; 0)$ на одной прямой?
2. Окружность с центром $A(3; 2)$ касается оси абсцисс. Составьте уравнение этой окружности.
3. Каково взаимное расположение прямой $4x + 3y - 25 = 0$ и окружности $x^2 + y^2 = 25$?

С-3

1. Даны векторы $\vec{a}\{3; -1\}$ и $\vec{b}\{2; 4\}$. Найдите координаты вектора $2\vec{a} - 3\vec{b}$.
2. Даны векторы $\vec{a}\{1; -2\}$ и $\vec{b}\{2; 3\}$. Найдите такое число x , что вектор $x\vec{a} + \vec{b}$ перпендикулярен к вектору $\vec{b}$.
3. На стороне BC параллелограмма $ABCD$ отмечена точка K так, что $BK : KC = 2 : 3$. Разложите вектор $\vec{AK}$ по векторам $\vec{a} = \vec{AB}$ и $\vec{b} = \vec{AD}$.

С-4

1. При центральной симметрии точка $(4; 7)$ переходит в точку $(6; 3)$. В какую точку переходит точка $(1; 8)$ при этой центральной симметрии?
2. Может ли треугольник иметь ровно две оси симметрии?
3. Постройте трапецию по основаниям и диагоналям.

С-5

1. Две окружности имеют единственную общую точку K . Через точку K проведены две прямые, пересекающие первую окружность в точках A и B , а вторую в точках C и D . Докажите, что прямые AB и CD параллельны.
2. Докажите, что три точки, симметричные данной точке относительно середин сторон равностороннего треугольника, являются вершинами равностороннего треугольника.
3. Дан угол и точка внутри его. Постройте окружность, проходящую через данную точку и касающуюся сторон данного угла.

С-6

1. Найдите площадь прямоугольника $ABCD$, если его диагональ равна 10 см, а расстояние от вершины B до прямой AC равно 3 см.
2. На стороне AB квадрата $ABCD$, равной 16 см, отмечена точка E так, что $CE = 20$ см. Найдите площадь четырёхугольника $AECD$.
3. Точки A_1 и B_1 — середины сторон CD и DA квадрата $ABCD$, площадь которого равна S . Найдите площадь треугольника, стороны которого лежат на прямых AA_1 , BB_1 и AD .

С-7*

1. Треугольник ABC вписан в окружность радиуса R , биссектриса угла BAC пересекает эту окружность в точке D . Докажите, что площадь четырёхугольника $ABDC$ равна $2R^2 \sin \alpha \sin^2 \left(\beta + \frac{\alpha}{2} \right)$, где $\alpha = \angle A$ и $\beta = \angle B$.
2. Найдите площадь треугольника, стороны которого равны 11, 13 и 20.

С-8

1. Площадь круга равна 4π . Найдите длину ограничивающей его окружности.
2. Найдите отношение площади равностороннего треугольника к площади вписанного в него круга.
3. Площадь кольца, заключённого между двумя непересекающимися окружностями, равна 8π . Найдите диаметры этих окружностей, если один из них в три раза больше другого.

С-9

1. В окружность радиуса 5 см вписан прямоугольный треугольник, один из катетов которого равен 6 см. Найдите площадь этого треугольника.
2. Даны точки $A(-6; 0)$, $B(0; -2)$, $C(3; -1)$ и $D(3; 3)$. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ — трапеция, и найдите её высоту.
3. Общая хорда двух кругов радиуса R равна R . Найдите площадь общей части этих кругов.

С-1

1. Точка C — середина отрезка AB , а точка D — середина отрезка BC . Найдите координаты точки D , если $A(-1; -1)$ и $B(7; 3)$.
2. Найдите число x , для которого векторы $\vec{a}\{2 + x; 4\}$ и $\vec{b}\{2; 7\}$ перпендикулярны.
3. Даны точки $A(0; 0)$ и $B(a; 0)$. Как связаны координаты точек $M(x; y)$, для которых $AM = 2BM$?

С-2

1. Найдите расстояние между параллельными прямыми, заданными уравнениями $x - 2y + 1 = 0$ и $x - 2y - 4 = 0$.
2. Каково взаимное расположение прямой $3x - 4y + 24 = 0$ и окружности $x^2 + y^2 = 25$?
3. Даны точки $A(6; 1)$, $B(-5; -4)$, $C(-2; 5)$. Составьте уравнение прямой, на которой лежит высота треугольника ABC , проведённая из вершины A .

С-3

1. Докажите, что если векторы $\vec{a} + \vec{b}$ и $\vec{a} - \vec{b}$ перпендикулярны, то $|\vec{a}| = |\vec{b}|$.
2. На стороне AB треугольника ABC отмечена точка K так, что $AK : KB = 1 : 3$. Разложите вектор $\vec{CK}$ по векторам $\vec{a} = \vec{CA}$ и $\vec{b} = \vec{CB}$.
3. Точка M — середина основания AC равнобедренного треугольника ABC . Найдите $|\vec{AB} - \vec{MB} + \vec{MC}|$, если $AB = 5$ см и $BM = 3$ см.

С-4

1. При осевой симметрии точка $(0; 4)$ переходит в точку $(2; 0)$. В какую точку переходит точка $(4; 1)$ при этой осевой симметрии?
2. Может ли прямая, не проходящая через вершину пятиугольника, быть его осью симметрии?
3. Дан параллелограмм, и на одной из его сторон отмечена точка P . Постройте ромб, одна вершина которого — точка P , а остальные три вершины лежат на трёх других сторонах параллелограмма.

С-5

1. При центральном подобии точка $(0; 0)$ переходит в точку $(2; 1)$, а точка $(-1; 0)$ — в точку $(0; 1)$. Найдите координаты центра этого подобия.
2. Точки A и B фиксированы, а точка C движется по прямой. Докажите, что точки пересечения медиан треугольников ABC расположены на некоторой прямой.
3. В окружности проведена хорда. Постройте квадрат, сторона которого лежит на этой хорде, а противоположная сторона является хордой окружности.

С-6

1. Высота AH треугольника ABC , в котором $\angle C = 135^\circ$, равна 3 см. Найдите площадь треугольника ABC , если $BH = 9$ см.
2. Из вершины прямого угла треугольника ABC проведена высота CH . Найдите отношение площадей треугольников ACH и BCH , если $AC : BC = 1 : 3$.
3. Докажите, что правильный восьмиугольник равносоставлен с прямоугольником, смежные стороны которого равны наибольшей и наименьшей диагоналям этого восьмиугольника.

С-7*

1. Диагонали четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке O , расстояния от точек A , B и O до прямой CD равны a , b и h , площадь четырёхугольника равна S . Выразите h через a , b , CD и S .
2. Найдите площадь трапеции с основаниями 16 и 44 и боковыми сторонами 17 и 25.

С-8

1. Найдите длину окружности, описанной около прямоугольного треугольника с катетами 5 и 12.
2. Найдите площадь сегмента, ограниченного хордой и дугой окружности, градусная мера которой равна 90° , если радиус окружности равен R .
3. Найдите площадь фигуры, ограниченной сторонами прямоугольного треугольника с катетами 3 и 4 и вписанной в этот треугольник окружностью.

С-9

1. Радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника, относится к радиусу окружности, вписанной в этот треугольник, как 5 : 2. Найдите площадь треугольника, если меньший из его катетов равен a .
2. Окружность радиуса r касается сторон прямого угла с вершиной C в точках A и B . Найдите площадь фигуры, ограниченной отрезками AC и BC и меньшей из двух дуг с концами A и B .
3. Докажите, что если $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{0}$ и $OA = OB = OC$, то треугольник ABC равносторонний.

С-1

1. Точка C — середина отрезка AB , а точка D — середина отрезка AC . Найдите координаты точки D , если $A(0; 6)$ и $B(4; -2)$.
2. Найдите число x , для которого векторы $\vec{a}\{2; 7\}$ и $\vec{b}\{-1 - 3x; 8\}$ перпендикулярны.
3. Даны точки $A(0; 0)$ и $B(a; 0)$. Как связаны координаты точек $M(x; y)$, для которых $2AM = BM$?

С-2

1. Найдите расстояние между параллельными прямыми, заданными уравнениями $2x - y + 2 = 0$ и $2x - y - 3 = 0$.
2. Каково взаимное расположение прямой $4x + 3y - 26 = 0$ и окружности $x^2 + y^2 = 25$?
3. Даны точки $A(5; -1)$, $B(4; -8)$, $C(-4; -4)$. Найдите координаты ортоцентра треугольника ABC .

С-3

1. Докажите, что если $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ и векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ неколлинеарны, то векторы $\vec{a} + \vec{b}$ и $\vec{a} - \vec{b}$ перпендикулярны.
2. На стороне AB треугольника ABC отмечена точка K так, что $AK : KB = 4 : 1$. Разложите вектор $\vec{CK}$ по векторам $\vec{a} = \vec{CA}$ и $\vec{b} = \vec{CB}$.
3. Точка M — середина основания AC равнобедренного треугольника ABC . Найдите $|\vec{BM} - \vec{BA} - \vec{MA}|$, если $AB = 5$ см и $BM = 4$ см.

С-4

1. При повороте вокруг точки A точка $(4; 0)$ переходит в точку $(4; 2)$, а точка $(4; 5)$ — в точку $(0; 5)$. Найдите координаты точки A .
2. Может ли диагональ пятиугольника быть его осью симметрии?
3. Даны две окружности и точка. Постройте отрезок с концами, лежащими на данных окружностях, серединой которого является данная точка.

С-5

1. При центральном подобии точка $(2; 0)$ переходит в точку $(4; 1)$, а точка $(-1; 0)$ — в точку $(-2; 1)$. Найдите координаты центра этого подобия.
2. Точки A и B фиксированы, а точка C движется по окружности. Докажите, что точки пересечения медиан треугольников ABC расположены на некоторой окружности.
3. В окружности проведены радиусы OA и OB . Постройте квадрат так, чтобы две его вершины лежали на этих радиусах, а две другие вершины — на меньшей из двух дуг с концами A и B .

С-6

1. Диагональ BD параллелограмма $ABCD$ перпендикулярна к стороне AB , из точки B проведён перпендикуляр BH к прямой AD . Найдите площадь параллелограмма, если $AH = 1$ см и $BH = 2$ см.
2. Из вершины прямого угла треугольника ABC проведена высота CH . Найдите отношение площадей треугольников ACH и BCH , если $AC : BC = 1 : 2$.
3. Через середину каждой стороны остроугольного треугольника проведены прямые, перпендикулярные к двум другим сторонам. Докажите, что площадь выпуклого шестиугольника, стороны которого лежат на этих прямых, равна половине площади треугольника.

С-7*

1. Диагонали четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке O , расстояния от точек A , B и O до прямой CD равны a , b и h . Докажите, что площадь четырёхугольника равна $\frac{ab \cdot CD}{2h}$.
2. Найдите площадь трапеции с основаниями 6 и 3 и диагоналями 7 и 8.

С-8

1. Найдите длину окружности, описанной около прямоугольного треугольника с катетами 3 и 4.
2. Найдите площадь сегмента, ограниченного хордой и дугой окружности, градусная мера которой равна 60° , если радиус окружности равен R .
3. Найдите площадь фигуры, ограниченной сторонами треугольника и вписанной в этот треугольник окружностью, если стороны треугольника равны 5, 5 и 8.

С-9

1. Радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника, относится к радиусу окружности, вписанной в этот треугольник, как 5 : 2. Найдите площадь треугольника, если больший из его катетов равен a .
2. Окружность радиуса r касается сторон угла ACB , равного 60° , в точках A и B . Найдите площадь фигуры, ограниченной отрезками AC и BC и меньшей из двух дуг с концами A и B .
3. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность с центром O , причём $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$. Докажите, что этот четырёхугольник — прямоугольник.

Контрольные работы

К-1

ВАРИАНТ 1

1. Прямая задана уравнением $2x - 3y - 6 = 0$. Найдите координаты точек пересечения этой прямой с осями координат.
2. Найдите координаты точки, симметричной точке $M(6; 3)$ относительно точки $A(4; 2)$.
3. Окружность касается осей координат, расстояние от центра окружности до начала координат равно $3\sqrt{2}$, координаты центра окружности положительны. Напишите уравнение этой окружности.
4. Разложите вектор $\vec{n}\{4; 9\}$ по векторам $\vec{a}\{-1; 3\}$ и $\vec{b}\{2; 1\}$.

К-1

ВАРИАНТ 2

1. Прямая задана уравнением $4x - 3y + 12 = 0$. Найдите координаты точек пересечения этой прямой с осями координат.
2. Найдите координаты точки, симметричной точке $M(1; 1)$ относительно точки $A(-1; 2)$.
3. Окружность касается осей координат, расстояние от центра окружности до начала координат равно $4\sqrt{2}$, координаты центра окружности отрицательны. Напишите уравнение этой окружности.
4. Разложите вектор $\vec{n}\{1; 9\}$ по векторам $\vec{a}\{-1; 2\}$ и $\vec{b}\{5; 1\}$.

К-1

ВАРИАНТ 3

1. Напишите уравнение прямой, перпендикулярной к прямой $5x + 2y - 10 = 0$ и проходящей через точку с координатами $(3; 0)$.
2. Напишите уравнение окружности, проходящей через точки с координатами $(1; 5)$, $(5; 3)$ и $(-3; -3)$.
3. Точки A_1 , B_1 и C_1 — середины сторон BC , CA и AB треугольника ABC . Найдите $\vec{BC} \cdot \vec{AA_1} + \vec{CA} \cdot \vec{BB_1} + \vec{AB} \cdot \vec{CC_1}$.
4. Две окружности радиуса R касаются в точке K . На одной из них отмечена точка A , на другой — точка B так, что $\angle AKB = 90^\circ$. Докажите, что $AB = 2R$.

1. Напишите уравнение прямой, перпендикулярной к прямой $4x + 3y - 12 = 0$ и проходящей через точку с координатами $(-3; 0)$.
2. Напишите уравнение окружности, проходящей через точки с координатами $(2; -4)$, $(-1; -5)$ и $(-4; 4)$.
3. Дан прямоугольник $ABCD$. Для произвольной точки M найдите $\vec{MA} \cdot \vec{MC} - \vec{MB} \cdot \vec{MD}$.
4. Две окружности радиуса R пересекаются в точках M и N . Серединный перпендикуляр к отрезку MN пересекает окружности в точках A и B , лежащих по одну сторону от прямой MN . Докажите, что $MN^2 + AB^2 = 4R^2$.

1. Две стороны параллелограмма равны 6 см и 5 см, а один из его углов равен 30° . Найдите площадь этого параллелограмма.
2. Большая диагональ прямоугольной трапеции равна 13 см, а основания равны 10 см и 12 см. Найдите площадь этой трапеции.
3. Стороны прямоугольника относятся как 1 : 2, а его площадь равна 16 см^2 . Найдите площадь круга, описанного около этого прямоугольника.
4. На сторонах AB и AC треугольника ABC отмечены точки B_1 и C_1 соответственно. Найдите площадь треугольника AB_1C_1 , если $AB = 5$, $BB_1 = 3$, $AC_1 = 1$, $CC_1 = 5$ и площадь четырёхугольника BCC_1B_1 равна 14.

1. Две стороны треугольника равны 4 см и 3 см, а заключённый между ними угол равен 150° . Найдите площадь этого треугольника.
2. Большая диагональ прямоугольной трапеции равна 10 см, а основания равны 6 см и 8 см. Найдите площадь этой трапеции.
3. Стороны прямоугольника относятся как 1 : 3, а его площадь равна 6 см^2 . Найдите площадь круга, описанного около этого прямоугольника.
4. На сторонах AB и AC треугольника ABC отмечены точки B_1 и C_1 соответственно. Найдите площадь четырёхугольника BCC_1B_1 , если $AB_1 = 1$, $BB_1 = 3$, $AC = 7$, $AC_1 = 5$ и площадь треугольника AB_1C_1 равна 0,5.

1. Угол при основании равнобедренного треугольника равен 75° . Найдите площадь этого треугольника, если его боковая сторона равна 12 см.
2. Основания AD и BC трапеции $ABCD$ равны a и b , площадь трапеции равна S . Найдите площадь треугольника ABD .
3. В равносторонний треугольник со стороной a вписана окружность и около него описана окружность. Найдите площадь кольца, ограниченного этими окружностями.
4. В треугольнике ABC с прямым углом C проведена биссектриса AD . Найдите площадь треугольника ABD , если $AB = 10$ см и $CD = 2$ см.

1. Угол при основании равнобедренного треугольника равен 75° . Найдите боковую сторону этого треугольника, если его площадь равна 9 см^2 .
2. Основания AD и BC трапеции $ABCD$ равны a и b , площадь трапеции $ABCD$ равна S . Найдите площадь трапеции.
3. В правильный шестиугольник со стороной a вписана окружность и около него описана окружность. Найдите площадь кольца, ограниченного этими окружностями.
4. В треугольнике ABC с прямым углом C проведена биссектриса AD . Найдите площадь треугольника ABD , если $AB = 4$ см и $CD = 1$ см.

1. Напишите уравнение прямой, проходящей через точку $(1; 2)$ параллельно прямой, заданной уравнением $3x + 2y + 6 = 0$.
2. Даны точки $A(1; -3)$, $B(2; 4)$ и $C(6; 2)$. Найдите координаты точки пересечения медиан треугольника ABC .
3. Найдите площадь ромба, сторона которого равна 6 см, а один из углов равен 45° .
4. Докажите, что диагонали параллелограмма разделяют его на 4 равновеликих треугольника.

1. Напишите уравнение прямой, проходящей через точку $(3; 1)$ параллельно прямой, заданной уравнением $2x + 3y + 4 = 0$.
2. Даны точки $A(1; -1)$, $B(2; 4)$ и $C(6; 6)$. Найдите координаты точки пересечения медиан треугольника ABC .
3. Найдите площадь ромба, сторона которого равна 6 см, а один из углов равен 60° .
4. Диагонали выпуклого четырёхугольника разделяют его на 4 равновеликих треугольника. Докажите, что этот четырёхугольник — параллелограмм.

1. Напишите уравнение окружности, касающейся осей координат и проходящей через точку $A(2; 1)$.
2. Прямые a и b заданы уравнениями $x + 2y - 5 = 0$ и $2x + 4y + 7 = 0$. Напишите уравнение прямой, относительно которой прямая a симметрична прямой b .
3. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты $(1; 0)$, $(4; 1)$ и $(3; 3)$.
4. Две стороны треугольника равны 10 см и 12 см, а медиана, проведённая к третьей стороне, равна 5 см. Найдите площадь этого треугольника.

1. Найдите радиус окружности, касающейся осей координат и проходящей через точку $A(1; -2)$.
2. Прямые a и b заданы уравнениями $4x + 2y - 3 = 0$ и $2x + y + 4 = 0$. Напишите уравнение прямой, относительно которой прямая a симметрична прямой b .
3. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты $(1; 0)$, $(5; 1)$ и $(3; 3)$.
4. Две стороны треугольника равны 10 см и 16 см, а медиана, проведённая к третьей стороне, равна 5 см. Найдите площадь этого треугольника.

Математические диктанты

МД-1

ВАРИАНТ 1

1. Чему равно расстояние между точками $A(a; 0)$ и $B(b; 0)$?
2. Напишите уравнение окружности радиуса 3 с центром $C(1; -2)$.
3. Напишите уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку $A(-1; 2)$.
4. Найдите сумму векторов $\vec{AB} + \vec{DA} + \vec{BC} + \vec{CD}$.
5. Выразите вектор $\vec{AB}$ через векторы $\vec{CA}$ и $\vec{CB}$.
6. Сторона квадрата $ABCD$ равна 1. Найдите $\vec{AB} \cdot \vec{CA}$.
7. Может ли при параллельном переносе одна сторона треугольника перейти в другую его сторону?
8. Прямые $x + ay - 1 = 0$ и $x + 2y + b = 0$ симметричны относительно начала координат. Найдите a и b .

МД-1

ВАРИАНТ 2

1. Чему равно расстояние между точками $A(0; a)$ и $B(0; b)$?
2. Напишите уравнение окружности радиуса 4 с центром $C(2; -1)$.
3. Напишите уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку $A(3; -1)$.
4. Найдите сумму векторов $\vec{AB} + \vec{CD} + \vec{DA} + \vec{BC}$.
5. Выразите вектор $\vec{AB}$ через векторы $\vec{CA}$ и $\vec{BC}$.
6. Сторона квадрата $ABCD$ равна 1. Найдите $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$.
7. Может ли при параллельном переносе одна сторона квадрата перейти в другую его сторону?
8. Прямые $ax + y - 1 = 0$ и $-3x + y + b = 0$ симметричны относительно начала координат. Найдите a и b .

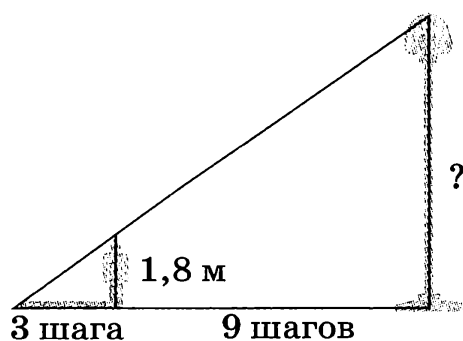
1. Основания двух треугольников равны, а высота первого из них в 4 раза больше высоты второго. Чему равно отношение площади первого треугольника к площади второго?
2. Смежные стороны параллелограмма равны 4 и 6, а угол между ними равен 45° . Чему равна его площадь?
3. Площадь трапеции равна 24 см^2 , а её высота равна 6 см. Чему равна сумма оснований трапеции?
4. Верно ли, что медиана треугольника делит его на два равновеликих треугольника?
5. На диагонали AC параллелограмма $ABCD$ отмечена точка K . Чему равна площадь треугольника ADK , если площадь треугольника ABK равна S ?
6. Длина окружности равна 10 см. Чему равен её радиус?
7. Площадь круга равна 7 см^2 . Чему равен его диаметр?
8. Площадь сектора с углом 40° равна 4π . Чему равен радиус круга?

1. Высоты двух треугольников равны, а основание первого из них в 3 раза меньше основания второго. Чему равно отношение площади первого треугольника к площади второго?
2. Смежные стороны параллелограмма равны 5 и 4, а угол между ними равен 60° . Чему равна его площадь?
3. Площадь трапеции равна 16 см^2 , а сумма её оснований равна 8 см. Чему равна высота трапеции?
4. На стороне BC треугольника ABC отмечена точка M так, что треугольники ABM и ACM равновелики. Верно ли, что точка M — середина стороны BC ?
5. На продолжении диагонали AC параллелограмма $ABCD$ отмечена точка K . Чему равна площадь треугольника ADK , если площадь треугольника ABK равна S ?
6. Длина окружности равна 20 см. Чему равен её диаметр?
7. Площадь круга равна 10 см^2 . Чему равен его радиус?
8. Площадь сектора с углом 50° равна 5π . Чему равен радиус круга?

Примерные задачи к ГИА

Более подробно с задачами такого типа можно ознакомиться на сайте <http://www.mathgia.ru:8080/or/gia12/Main>.

1. Мальчик прошёл от дома по направлению на восток 450 м. Затем повернул на север и прошёл 240 м. На каком расстоянии от дома оказался мальчик?
2. Девочка прошла от дома по направлению на запад 480 м. Затем повернула на север и прошла 720 м. После этого она повернула на восток и прошла ещё 480 м. На каком расстоянии от дома оказалась девочка?
3. Два парохода вышли из порта, один курсом на север, другой на запад. Скорости их равны соответственно 18 км/ч и 24 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 5 ч?
4. В 24 м одна от другой растут две сосны. Высота одной 30 м, а другой 12 м. Найдите расстояние между их верхушками.
5. Колесо имеет 10 спиц. Найдите величину угла, который образуют две соседние спицы.
6. Какой угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки часов в 2 ч?
7. Какой угол (в градусах) описывает минутная стрелка за 1 мин?
8. Человек ростом 1,8 м стоит на расстоянии 9 шагов от столба, на котором висит фонарь. Тень человека равна трём шагам. На какой высоте (в метрах) расположен фонарь?



9. Площадь прямоугольного земельного участка равна 20 га ($1 \text{ га} = 10\,000 \text{ м}^2$), ширина участка равна 250 м. Найдите длину этого участка в метрах.
10. Найдите периметр прямоугольного участка земли, площадь которого равна $14\,400 \text{ м}^2$ и одна сторона в 4 раза больше другой.
11. Два острых угла прямоугольного треугольника относятся как $1 : 89$. Найдите больший острый угол.
12. Разность углов, прилежащих к одной стороне параллелограмма, равна 126° . Найдите меньший угол параллелограмма.
13. Один угол параллелограмма в 19 раз больше другого. Найдите меньший угол.
14. Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 178° . Найдите больший угол трапеции.
15. Найдите меньший угол равнобедренной трапеции, если два её угла относятся как $7 : 53$.
16. Сумма трёх углов выпуклого четырёхугольника равна 350° . Найдите четвёртый угол.
17. Сумма двух углов выпуклого четырёхугольника равна 278° . Найдите сумму двух других углов.
18. Найдите угол A выпуклого четырёхугольника $ABCD$, если $AB = BC$, $AD = CD$, $\angle B = 77^\circ$ и $\angle D = 141^\circ$.
19. Углы выпуклого четырёхугольника относятся как $4 : 7 : 12 : 17$. Найдите меньший угол.
20. Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны 88° и 72° . Найдите больший из оставшихся углов.
21. Углы A , B и C четырёхугольника $ABCD$ относятся как $1 : 9 : 11$. Найдите угол D , если около данного четырёхугольника можно описать окружность.
22. Найдите площадь квадрата со стороной $\sqrt{51} - 2$.
23. Периметр квадрата равен 116. Найдите площадь этого квадрата.

24. В прямоугольнике одна сторона равна 84, а диагональ равна 91. Найдите площадь прямоугольника.
25. В прямоугольнике диагональ равна 42, а угол между ней и одной из сторон равен 30° . Найдите площадь прямоугольника.
26. В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 20, а угол, лежащий против него, равен 30° . Найдите площадь треугольника.
27. В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 100, а угол, лежащий против него, равен 60° . Найдите площадь треугольника.
28. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 52, а один из острых углов равен 45° . Найдите площадь треугольника.
29. Сторона равностороннего треугольника равна 48. Найдите его площадь.
30. Высота равностороннего треугольника равна 7. Найдите его площадь.
31. В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 14, а угол, лежащий против основания, равен 120° . Найдите площадь треугольника.
32. Периметр равнобедренного треугольника равен 48, а боковая сторона равна 15. Найдите площадь треугольника.
33. В треугольнике одна из сторон равна 16, другая равна $16\sqrt{3}$, а угол между ними равен 60° . Найдите площадь треугольника.
34. В треугольнике одна из сторон равна 28, другая равна $26\sqrt{2}$, а угол между ними равен 45° . Найдите площадь треугольника.
35. В треугольнике одна из сторон равна 19, другая равна $17\sqrt{3}$, а угол между ними равен 120° . Найдите площадь треугольника.
36. В треугольнике одна из сторон равна 10, другая равна $26\sqrt{2}$, а угол между ними равен 135° . Найдите площадь треугольника.

37. В треугольнике одна из сторон равна 50, другая равна 4, а синус угла между ними равен $\frac{9}{10}$. Найдите площадь треугольника.
38. Сторона ромба равна 29, а диагональ равна 42. Найдите площадь ромба.
39. Периметр ромба равен 108, а синус одного из углов равен $\frac{8}{9}$. Найдите площадь ромба.
40. Периметр ромба равен 144, а косинус одного из углов равен $\frac{\sqrt{65}}{9}$. Найдите площадь ромба.
41. Одна из сторон параллелограмма равна 18, другая равна 25, а синус одного из углов равен $\frac{4}{9}$. Найдите площадь параллелограмма.
42. Основания трапеции равны 5 и 45, одна из боковых сторон равна 13, а синус угла между ней и одним из оснований равен $\frac{2}{5}$. Найдите площадь трапеции.
43. Найдите площадь кругового сектора, если радиус круга равен 4, а угол сектора равен 90° .
44. Найдите площадь кругового сектора, если длина ограничивающей его дуги равна 3π , а угол сектора равен 240° .
45. В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 43, острый угол, прилежащий к нему, равен 60° , а гипотенуза равна 86. Найдите площадь треугольника¹.
46. В прямоугольном треугольнике один из катетов равен $17\sqrt{3}$, угол, лежащий против него, равен 60° , а гипотенуза равна 34. Найдите площадь треугольника.
47. В прямоугольнике одна из сторон равна 2, диагональ равна 4, а угол между этими сторонами и диагональю равен 60° . Найдите площадь прямоугольника.

¹В задачах, возникающих из практики, не сразу становится понятно, какие условия необходимы для решения, а какие являются избыточными. В задачах 45–50 не все условия необходимы для решения и нужные условия надо выбрать самостоятельно.

48. В ромбе сторона равна 38, одна из диагоналей равна $38\sqrt{3}$, а угол, лежащий против этой диагонали, равен 120° . Найдите площадь ромба.
49. Радиус круга равен 36, а длина ограничивающей его окружности равна 72π . Найдите площадь круга.
50. Найдите площадь кругового сектора, если длина ограничивающей его дуги равна 10π , угол сектора равен 240° , а радиус круга равен 7,5.
51. Какие из утверждений верны?
- 1) Через любые три точки проходит ровно одна прямая.
 - 2) Сумма смежных углов равна 90° .
 - 3) Если при пересечении двух прямых секущей соответственные углы составляют в сумме 180° , то эти две прямые параллельны.
 - 4) Через любые две точки проходит не более одной прямой.
52. Какие из утверждений верны?
- 1) Если две параллельные прямые пересечены секущей, то односторонние углы равны.
 - 2) Через любую точку можно провести более одной прямой.
 - 3) Любые три прямые имеют не менее одной общей точки.
 - 4) Любые две прямые имеют не менее одной общей точки.
53. Какие из утверждений верны?
- 1) Если две стороны треугольника равны 3 и 4, то его третья сторона меньше 7.
 - 2) Смежные углы равны.
 - 3) Через любые две точки можно провести не менее одной прямой.
 - 4) Если угол равен 30° , то смежный с ним угол равен 60° .
54. Какие из утверждений верны?
- 1) Через любые три точки можно провести ровно одну прямую.
 - 2) Если расстояние от точки до прямой больше 1, то и длина любой наклонной, проведённой из данной точки к прямой, больше 1.
 - 3) Если угол равен 60° , то смежный с ним угол равен 120° .
 - 4) В треугольнике против меньшей стороны лежит больший угол.

55. Какие из утверждений верны?

- 1) В треугольнике против меньшей стороны лежит меньший угол.
- 2) Каждая сторона треугольника меньше разности двух других сторон.
- 3) Если две стороны и угол одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу другого треугольника, то такие треугольники равны.
- 4) Если три угла одного треугольника соответственно равны трём углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

56. Какие из утверждений верны?

- 1) Если две прямые перпендикулярны к третьей прямой, то эти две прямые перпендикулярны.
- 2) Каждая сторона треугольника не превосходит суммы двух других сторон.
- 3) В равнобедренном треугольнике имеется не более двух равных углов.
- 4) Если две стороны треугольника равны 3 и 5, то его третья сторона больше 2.

57. Какие из утверждений верны?

- 1) Если два угла треугольника равны 40° и 70° , то третий угол равен 70° .
- 2) Через любые две точки можно провести не менее одной окружности.
- 3) Около любого правильного многоугольника можно описать не более одной окружности.
- 4) Если один угол треугольника больше 120° , то два других его угла меньше 30° .

Тестовые задания

1. Найдите длину отрезка AB , концы которого имеют координаты $A(-2; 2)$ и $B(3; -1)$.
А. 6. Б. $\sqrt{34}$. В. 5. Г. $\sqrt{30}$.
2. Найдите координаты вершины D параллелограмма $ABCD$, если остальные его вершины имеют следующие координаты: $A(1; 1)$, $B(5; 2)$, $C(3; -1)$.
А. $(-2; -1)$. Б. $(-2; -2)$.
В. $(-1; -1)$. Г. $(-1; -2)$.
3. Найдите медиану AM треугольника ABC , вершины которого имеют следующие координаты: $A(3; -4)$, $B(-3; 2)$, $C(3; 4)$.
А. $\sqrt{58}$. Б. 8. В. $2\sqrt{15}$. Г. 7.
4. Найдите радиус окружности, заданной уравнением $x^2 - 6x + y^2 - 4y - 8 = 0$.
А. $2\sqrt{5}$. Б. $\sqrt{19}$. В. $\sqrt{21}$. Г. 5.
5. Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O . Какой из векторов равен вектору $\vec{AB} + \vec{OD}$?
А. $\vec{AO}$. Б. $\vec{BO}$.
В. $\vec{CO}$. Г. $\vec{DO}$.
6. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}\{3; -5\}$ и $\vec{b}\{2; 6\}$.
А. 36. Б. -24. В. 24. Г. -36.
7. В треугольнике ABC проведена медиана AM . Какой из векторов равен вектору $\vec{AB} - \vec{CM}$?
А. $\vec{AC}$. Б. $\vec{BC}$.
В. $\vec{MA}$. Г. $\vec{AM}$.
8. Сколько осей симметрии имеет отрезок?
А. 0. Б. 1.
В. 2. Г. Бесконечно много.

9. Точка $A(x; y)$ при симметрии относительно оси абсцисс переходит в точку A_1 , а точка A_1 при симметрии относительно оси ординат переходит в точку A_2 . Найдите координаты точки A_2 .
- А. $(-x; -y)$. Б. $(-x; y)$.
В. $(x; -y)$. Г. $(x; y)$.
10. При центральном подобии с коэффициентом 2 угол ABC , равный 36° , переходит в угол $A_1B_1C_1$. Найдите величину угла $A_1B_1C_1$.
- А. 18° . Б. 36° .
В. 72° . Г. Правильный ответ не приведён.
11. Стороны параллелограмма равны 3 см и 4 см, а один из углов параллелограмма равен 150° . Найдите площадь этого параллелограмма.
- А. 6. Б. $6\sqrt{3}$. В. 12. Г. $12\sqrt{3}$.
12. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 12 см. Какую наибольшую площадь может иметь этот треугольник?
- А. $36\sqrt{2}$. Б. $36\sqrt{3}$. В. 72. Г. 144.
13. Площадь равностороннего треугольника равна $12\sqrt{3}$. Найдите его сторону.
- А. 4. Б. $4\sqrt{3}$. В. $4\sqrt{2}$. Г. $4\sqrt{6}$.
14. Радиус окружности, описанной около правильного восьмиугольника, равен 1. Найдите сторону этого восьмиугольника.
- А. $\sqrt{2+\sqrt{2}}$. Б. $2-\sqrt{2}$.
В. $1+\sqrt{2}$. Г. $\sqrt{2-\sqrt{2}}$.
15. Длина окружности равна 6π . Найдите площадь ограниченного ею круга.
- А. 6π . Б. $6\pi^2$. В. 9π . Г. 36π .

Дополнительные задачи

Глава 7

1. Докажите, что сумма квадратов расстояний от произвольной точки плоскости до двух противоположных вершин прямоугольника равна сумме квадратов расстояний от этой точки до двух других вершин прямоугольника.
2. Найдите длину хорды, которую отсекает на прямой $y = 3x$ окружность $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 25$.
3. Даны точки $A(-3; 0)$, $B(1; 5)$, $C(4; 1)$ и $D(2; -2)$. Докажите, что прямые AC и BD взаимно перпендикулярны.
4. Докажите, что если диагонали четырёхугольника $ABCD$ взаимно перпендикулярны, то и диагонали любого четырёхугольника $A_1B_1C_1D_1$, у которого $A_1B_1 = AB$, $B_1C_1 = BC$, $C_1D_1 = CD$ и $D_1A_1 = DA$, взаимно перпендикулярны.
5. Дано несколько точек, и для некоторых пар $(A; B)$ этих точек взяты векторы $\overrightarrow{AB}$, причём если данная точка является началом нескольких векторов, то она является концом такого же количества векторов. Докажите, что сумма всех взятых векторов равна $\vec{0}$.
6. Даны точки A, B, C и D , не лежащие на одной прямой. Докажите, что $AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2 \geq AC^2 + BD^2$, причём равенство имеет место лишь в том случае, когда $ABCD$ — параллелограмм.
7. На стене висят двое правильно идущих часов. Одни показывают московское время, другие — местное. Минимальное расстояние между концами их часовых стрелок равно m , а максимальное равно M . Найдите расстояние между центрами этих часов.
8. Сколько осей симметрии может иметь четырёхугольник?
9. Докажите, что если фигура имеет две взаимно перпендикулярные оси симметрии, то она имеет центр симметрии.

10. Фигура имеет оси симметрии l и m . Прямая n симметрична прямой l относительно оси m . Докажите, что прямая n также является осью симметрии фигуры.
11. Существует ли фигура, имеющая ровно две оси симметрии, но не имеющая центра симметрии?
12. Докажите, что три прямые, проведённые через середины сторон треугольника параллельно биссектрисам противоположных углов, пересекаются в одной точке.

Глава 8

13. Боковая сторона равнобедренной трапеции равна 5 см, периметр равен 22 см, площадь равна 24 см^2 . Найдите высоту трапеции.
14. Для данного треугольника ABC найдите все точки P , для которых площади треугольников ABP , BCP и ACP равны. Сколько всего таких точек?
15. Для каждой стороны данного треугольника построен параллелограмм, одна из сторон которого равна и параллельна этой стороне, а другая равна и параллельна данному отрезку. Докажите, что наибольшая из площадей этих параллелограммов равна сумме площадей двух других параллелограммов.
16. Высота трапеции, диагонали которой взаимно перпендикулярны, равна 4 см, а одна из диагоналей равна 5 см. Найдите площадь трапеции.
17. В правильный n -угольник со стороной a вписана окружность, и около него описана окружность. Найдите площадь кольца, ограниченного этими окружностями.
18. В треугольнике ABC проведены биссектрисы AA_1 , BB_1 и CC_1 . Докажите, что отношение площади треугольника $A_1B_1C_1$ к площади треугольника ABC равно $\frac{2abc}{(a+b)(b+c)(a+c)}$, где a , b и c — длины сторон треугольника ABC .
19. Каждая диагональ выпуклого пятиугольника $ABCDE$ отсекает от него треугольник, площадь которого равна 1. Найдите площадь пятиугольника.
20. Внутри треугольника ABC отмечена точка O . Докажите, что $S_{BOC} \vec{OA} + S_{AOC} \vec{OB} + S_{AOB} \vec{OC} = \vec{0}$.

О

тветы и указания

Самостоятельные работы

С-1

Вар. 1. 1. $(-1; 2)$. 2. 13. 3. $\frac{\sqrt{2}}{10}$.

Вар. 2. 1. $(2; 6)$. 2. 5. 3. $-\frac{\sqrt{2}}{10}$.

Вар. 3. 1. $(5; 2)$. 2. -16 . 3. $3x^2 - 8ax + 3y^2 + 4a^2 = 0$.

Вар. 4. 1. $(1; 4)$. 2. 9. 3. $3x^2 + 2ax + 3y^2 - a^2 = 0$.

С-2

Вар. 1. 1. Да. 2. $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 13$. 3. Прямая касается окружности.

Вар. 2. 1. Нет. 2. $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 4$. 3. Прямая касается окружности.

Вар. 3. 1. $\sqrt{5}$. 2. Прямая пересекает окружность.
3. $x + 3y - 9 = 0$.

Вар. 4. 1. $\sqrt{5}$. 2. Прямая и окружность не пересекаются. 3. $(3; -5)$.

С-3

Вар. 1. 1. $\{-8; -5\}$. 2. 0,2. 3. $\vec{AK} = \vec{a} + 0,6\vec{b}$.

Вар. 2. 1. $\{0; -14\}$. 2. 3,25. 3. $\vec{AK} = \vec{a} + 0,4\vec{b}$.

Вар. 3. 2. $\vec{CK} = 0,75\vec{a} + 0,25\vec{b}$. 3. 8 см.

Вар. 4. 2. $\vec{CK} = 0,2\vec{a} + 0,8\vec{b}$. 3. 6 см.

С-4

Вар. 1. 1. В точку $(6; 10)$. 2. Две. 3. Указание. Рассмотреть параллельный перенос, переводящий одну вершину основания трапеции в другую.

Вар. 2. 1. В точку $(9; 2)$. 2. Нет. 3. Указание. Рассмотреть параллельный перенос, переводящий одну вершину основания трапеции в другую.

Вар. 3. 1. В точку $(2; 5)$. 2. Нет. 3. Указание. Рассмотреть симметрию относительно точки пересечения диагоналей параллелограмма.

Вар. 4. 1. (2; 1). 2. Нет. 3. Указание. Рассмотреть симметрию относительно данной точки.

С-5

Вар. 1. 1. Указание. Рассмотреть центральное подобие с центром K . 2. Указание. Рассмотреть центральное подобие с центром в данной точке. 3. Указание. Воспользоваться центральным подобием с центром O .

Вар. 2. 1. Указание. Рассмотреть центральное подобие с центром K . 2. Указание. Рассмотреть центральное подобие с центром в данной точке. 3. Указание. Воспользоваться центральным подобием с центром в вершине угла.

Вар. 3. 1. $(-2; -1)$. 2. Указание. Рассмотреть центральное подобие с центром в середине отрезка AB и коэффициентом $\frac{1}{3}$. 3. Указание. Воспользоваться центральным подобием с центром в середине хорды.

Вар. 4. 1. $(0; -1)$. 2. Указание. См. указание к задаче 2 варианта 3. 3. Указание. Воспользоваться центральным подобием с центром в центре окружности.

С-6

Вар. 1. 1. 6 см. 2. 114 см^2 . 3. $\frac{1}{5}S$.

Вар. 2. 1. 30 см^2 . 2. 160 см^2 . 3. $\frac{1}{20}S$.

Вар. 3. 1. 9 см^2 . 2. $\frac{1}{9}$. 3. Указание. Сначала отрезать от правильного восьмиугольника $A_1A_2\dots A_8$ треугольники $A_1A_2A_3$ и $A_5A_6A_7$.

Вар. 4. 1. 10 см^2 . 2. 0,25. 3. Указание. Вырезать из рассматриваемого шестиугольника треугольник с вершинами в серединах сторон исходного треугольника и из оставшихся трёх треугольников составить такой же треугольник.

С-7*

Вар. 1. 1. Указание. Выразить AC и BD через радиус R и углы A и B и воспользоваться тем, что искомая площадь равна $\frac{1}{2}AC \cdot BD \sin \varphi$. 2. 84.

Вар. 2. 1. Указание. Воспользоваться тем, что площадь четырёхугольника равна половине произведения диагоналей, умноженной на синус угла между ними. 2. 66.

Вар. 3. 1. $h = \frac{ab \cdot CD}{2S}$. Указание. Пусть φ — угол между диагоналями четырёхугольника. Воспользоваться тем, что $S = \frac{1}{2} AC \cdot BD \sin \varphi$, $S_{COD} = \frac{1}{2} OC \cdot OD \sin \varphi$, $AC : OC = a : h$ и $BD : OD = b : h$. 2. 450.

Вар. 4. 1. Указание. См. указание к задаче 1 варианта 3. 2. $12\sqrt{5}$.

С-8

Вар. 1. 1. 9π . 2. $\frac{2}{\pi}$. 3. 2 и 4.

Вар. 2. 1. 4π . 2. $\frac{3\sqrt{3}}{\pi}$. 3. 2 и 6.

Вар. 3. 1. 13π . 2. $\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right)R^2$. 3. $6 - \pi$.

Вар. 4. 1. 5π . 2. $\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)R^2$. 3. $12 - \frac{16}{9}\pi$.

С-9

Вар. 1. 1. 120 см^2 . 2. $\frac{8\sqrt{5}}{5}$. 3. $\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)R^2$.

Вар. 2. 1. 24 см^2 . 2. $\frac{6\sqrt{10}}{5}$. 3. $\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)R^2$.

Вар. 3. 1. $\frac{2}{3}a^2$. Указание. Воспользоваться тем, что радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с гипотенузой c и катетами a и b , равен $\frac{a+b-c}{2}$. 2. $\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)r^2$.

Вар. 4. 1. $\frac{3}{8}a^2$. Указание. См. указание к задаче 1 варианта 3. 2. $\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}\right)r^2$. 3. Указание. Пусть точки M и N — середины сторон AB и CD . Воспользоваться тем, что $\vec{OM} = \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OB})$ и $\vec{ON} = \frac{1}{2}(\vec{OC} + \vec{OD})$.

Контрольные работы

К-1

- Вар. 1. 1. $(3; 0)$ и $(0; -2)$. 2. $(2; 1)$. 3. $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 9$.
4. $\vec{n} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$.
Вар. 2. 1. $(-3; 0)$ и $(0; 4)$. 2. $(-3; 3)$. 3. $(x + 4)^2 + (y + 4)^2 = 16$. 4. $\vec{n} = 4\vec{a} + \vec{b}$.
Вар. 3. 1. $2x - 5y - 6 = 0$. 2. $(x - 1)^2 + y^2 = 25$. 3. 0.
Вар. 4. 1. $3x - 4y + 9 = 0$. 2. $(x + 1)^2 + y^2 = 25$. 3. 0.

К-2

- Вар. 1. 1. 15 см^2 . 2. 55 см^2 . 3. $10\pi \text{ см}^2$. 4. 1.
Вар. 2. 1. 3 см^2 . 2. 42 см^2 . 3. $5\pi \text{ см}^2$. 4. 2,3.
Вар. 3. 1. 36 см^2 . 2. $\left(\frac{a}{a+b}\right)S$. 3. $\frac{\pi a^2}{4}$. 4. 10 см^2 .
Вар. 4. 1. 6 см . 2. $\left(1 + \frac{a}{b}\right)S$. 3. $\frac{\pi a^2}{4}$. 4. 2 см^2 .

К-3

- Вар. 1. 1. $3x + 2y - 7 = 0$. 2. $(3; 1)$. 3. $18\sqrt{2} \text{ см}^2$.
Вар. 2. 1. $2x + 3y - 9 = 0$. 2. $(3; 3)$. 3. $18\sqrt{3} \text{ см}^2$.
Вар. 3. 1. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$ или $(x - 5)^2 + (y - 5)^2 = 25$. 2. $x + 2y - 0,75 = 0$. 3. 3,5. 4. 48 см^2 .
Вар. 4. 1. 1 или 5. 2. $2x + y + 1,25 = 0$. 3. 5. 4. 48 см^2 .

Математические диктанты

МД-1

- Вар. 1. 1. $|a - b|$. 2. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$. 3. $2x + y = 0$. 4. $\vec{0}$. 5. $\vec{AB} = -\vec{CA} + \vec{CB}$. 6. -1. 7. Нет. 8. $a = 2, b = 1$.
Вар. 2. 1. $|a - b|$. 2. $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 16$. 3. $x + 3y = 0$. 4. $\vec{0}$. 5. $\vec{AB} = -\vec{CA} - \vec{BC}$. 6. -1. 7. Да. 8. $a = -3, b = 1$.

МД-2

- Вар. 1. 1. 4. 2. $12\sqrt{2}$. 3. 8 см. 4. Да. 5. S. 6. $\frac{5}{\pi} \text{ см}$.
7. $2\sqrt{\frac{7}{\pi}} \text{ см}$. 8. 6.

Вар. 2. 1. $\frac{1}{3}$. 2. $10\sqrt{3}$. 3. 4 см. 4. Да. 5. S. 6. $\frac{20}{\pi}$ см.
7. $\sqrt{\frac{10}{\pi}}$ см. 8. 6.

Примерные задачи к ГИА

1. 510 м. 2. 720 м. 3. 150 км. 4. 30 м. 5. 36° . 6. 60° .
7. 6° . 8. 7,2 м. 9. 800 м. 10. 600 м. 11. 89° . 12. 27° . 13. 9° .
14. 91° . 15. 21° . 16. 10° . 17. 82° . 18. 71° . 19. 36° . 20. 108° .
21. 45° . 22. $55 - 4\sqrt{51}$. 23. 841. 24. 2940. 25. $441\sqrt{3}$.
26. $200\sqrt{3}$. 27. $\frac{5000\sqrt{3}}{3}$. 28. 676. 29. $576\sqrt{3}$. 30. $\frac{49\sqrt{3}}{3}$. 31. $49\sqrt{3}$.
32. 108. 33. 192. 34. 364. 35. 242,25. 36. 130. 37. 90.
38. 840. 39. 648. 40. 576. 41. 200. 42. 130. 43. 4π . 44. $\frac{27}{8}\pi$.
45. $\frac{1849\sqrt{3}}{2}$. 46. $\frac{289\sqrt{3}}{2}$. 47. $4\sqrt{3}$. 48. $722\sqrt{3}$. 49. 1296π . 50. $37,5\pi$.
51. 4. 52. 2. 53. 1 и 3. 54. 2 и 3. 55. 1. 56. 2 и 4. 57. 1, 2 и 3.

Тестовые задания

1. Б. 2. Г. 3. А. 4. В. 5. А. 6. Б. 7. Г. 8. В. 9. А. 10. Б.
11. А. 12. В. 13. Б. 14. Г. 15. В.

Дополнительные задачи

1. Указание. Воспользоваться методом координат.
2. $3\sqrt{10}$. 3. Указание. Вычислить скалярное произведение векторов $\vec{AC}$ и $\vec{BD}$. 4. Указание. Выразить скалярное произведение векторов $\vec{AC}$ и $\vec{BD}$ и скалярный квадрат вектора $\vec{AD}$ через векторы $\vec{a} = \vec{AB}$, $\vec{b} = \vec{BC}$ и $\vec{c} = \vec{CD}$. 5. Указание. Представить каждый выбранный вектор $\vec{AB}$ в виде $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$, где O — некоторая фиксированная точка.
6. Указание. Выразить $AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2 - AC^2 - BD^2$ через векторы $\vec{a} = \vec{AB}$, $\vec{b} = \vec{BC}$ и $\vec{c} = \vec{CD}$. 7. $\frac{m+M}{2}$. Указание. Пусть точки O_1 и O_2 — центры первых и вторых часов, точки M_1 и M_2 — концы часовых стрелок первых и вторых часов в какой-то момент времени (с течением времени эти

точки движутся по окружностям). Выразить вектор $\overrightarrow{M_1M_2}$ через векторы $\overrightarrow{O_1O_2}$, $\overrightarrow{O_1M_1}$, $\overrightarrow{O_2M_2}$ и сначала доказать, что вектор $\overrightarrow{O_1M_1} - \overrightarrow{O_2M_2}$ имеет постоянную длину. **8.** Ни одной, одну, две или четыре. **9.** Указание. Выполнить последовательно симметрии относительно двух взаимно перпендикулярных осей. **10.** Указание. Сначала доказать, что последовательное выполнение трёх симметрий: сначала относительно прямой m , затем относительно прямой l и, наконец, снова относительно прямой m — является осевой симметрией относительно прямой n . **11.** Нет. Указание. Сначала доказать, что если фигура имеет ровно две оси симметрии, то эти оси взаимно перпендикулярны. **12.** Указание. Рассмотреть центральное подобие, переводящее каждую вершину треугольника в середину противоположной стороны. **13.** 4 см. **14.** 4. Указание. Сначала доказать, что прямая AP равноудалена от точек B и C , поэтому она либо проходит через середину отрезка BC , либо параллельна ему. **15.** Указание. Принять за основания параллелограммов стороны, параллельные данному отрезку. **16.** $\frac{50}{3}$ см². Указание. Провести через один из концов данной диагонали перпендикуляр к ней. **17.** $\frac{\pi a^2}{4}$. **18.** Указание. Сначала найти отношение площади треугольника AB_1C_1 к площади треугольника ABC . **19.** $\frac{5+\sqrt{5}}{2}$. Указание. Сначала доказать, что диагонали пятиугольника параллельны его сторонам. **20.** Указание. Сначала, используя формулу $S_{BOC} = \frac{1}{2} OB \cdot OC \cdot \sin \angle BOC$ и аналогичные формулы для S_{AOC} и S_{AOB} , записать левую часть искомого равенства в виде $\frac{1}{2} OA \cdot OB \cdot OC (\sin \angle BOC \cdot \vec{a} + \sin \angle AOC \cdot \vec{b} + \sin \angle AOB \cdot \vec{c})$, где $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ — векторы единичной длины, одинаково направленные с векторами $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ и $\overrightarrow{OC}$, а затем разложить вектор $\vec{a}$ по векторам $\vec{b}$ и $\vec{c}$.

Содержание

| | |
|-------------------------|----|
| Предисловие | 3 |
| Самостоятельные работы | 5 |
| Контрольные работы | 21 |
| Математические диктанты | 29 |
| Примерные задачи к ГИА | 31 |
| Тестовые задания | 37 |
| Дополнительные задачи | 39 |
| Ответы и указания | 41 |

Учебное издание
Серия «МГУ — школе»

Бутузов Валентин Фёдорович
Кадомцев Сергей Борисович
Прасолов Виктор Васильевич

Геометрия

Дидактические материалы

9 класс

Зав. редакцией *Т.А. Бурмистрова*
Редактор *П.А. Бессарабова*
Младший редактор *Е.В. Трошко*
Художественный редактор *О.П. Богомолова*
Компьютерная графика *И.В. Губиной*
Техническое редактирование и компьютерная вёрстка *С.В. Китаевой*
Корректор *А.В. Рудакова*

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000. Изд. лиц. Серия ИД № 05824 от 12.09.01. Подписано в печать 19.12.11. Формат 60×90¹/₁₆. Бумага офсетная. Гарнитура SchoolBook. Печать офсетная. Уч.-изд. л. 1,67. Тираж 3000 экз. Заказ № 5637.

Открытое акционерное общество «Издательство «Просвещение».
127521, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Отпечатано в полном соответствии с качеством предоставленных издательством материалов в ОАО «Тверской ордена Трудового Красного Знамени полиграфкомбинат детской литературы им. 50-летия СССР».
170040, г. Тверь, проспект 50 лет Октября, 46.





МГУ - ШКОЛЕ

Учебно-методический
комплект авторов
**В. Ф. Бутузова,
С. Б. Кадомцева,
В. В. Прасолова**
по геометрии
для 9 класса
содержит:

Учебник
под редакцией
В. А. Садовниченко

Дидактические материалы

Поурочные разработки
Геометрия. Сборник
рабочих программ.
7 — 9 классы



ISBN 978-5-09-019841-7



9 785090 198417



ПРОСВЕЩЕНИЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО

1184182

2 050011 841824
У-8-5-4-4
1 шт | 150