

## Ответы к тренировочному варианту №41

1. 2000
2. 0,4
3. 4
4. 0,08
5. -4
6. 6,75
7. -7
8. 32
9. 0,5
10. 0,75
11. 16807
12. 2
13. а)  $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ ; б) таких корней нет.
14.  $\arccos \frac{3}{4\sqrt{3}}$
15.  $(0; \frac{-1+\sqrt{5}}{2})$
16.  $\frac{15\sqrt{2}}{8}$
17. 300 000
18. 0
19. а) Да; б) 9; в)  $\frac{9}{17}$ .

а) Пусть группа состоит из 2 мальчиков, посетивших только театр, 7 мальчиков, посетивших только кино, и 11 девочек, сходявших и в театр, и в кино, то условие задачи выполнено. Значит, в группе из 20 учащихся могло быть 9 мальчиков.

б) Предположим, что мальчиков было 10 или больше. Тогда девочек было 10 или меньше. Театр посетило не более 2 мальчиков, поскольку если бы их было 3 или больше, то доля мальчиков в театре была бы не меньше  $\frac{3}{3+10} = \frac{3}{13} > \frac{2}{11}$ .

Аналогично, кино посетило не более 7 мальчиков, так как  $\frac{8}{8+10} = \frac{8}{18} > \frac{2}{5}$ . Тогда хотя бы один мальчик не посетил ни театр, ни кино, что противоречит условию. В решении пункта а) было показано, что в группе из 20 учащихся могло быть 9 мальчиков. Значит, наибольшее число мальчиков в группе – 9.

в) Предположим, что какой-то мальчик сходил и в театр, и в кино. Если бы вместо него в группе присутствовало два мальчика, один из которых посетил только театр, а другой – только кино, то доля мальчиков и в театре, и в кино осталась бы прежней, а общая доля девочек стала бы меньше. Значит, для оценки наименьшей доли девочек в группе можно считать, что каждый мальчик сходил или только в театр, или только в кино.

Пусть в группе  $n$  мальчиков, посетивших театр,  $m$  мальчиков, посетивших кино, и  $k$  девочек. Оценим долю девочек в этой группе. Будем считать, что все девочки ходили и в театр, и в кино, поскольку их доля в группе от этого не изменится, а доля в театре и в кино не уменьшится.

По условию,  $\frac{n}{n+k} \leq \frac{2}{11}$  и  $\frac{m}{m+k} \leq \frac{2}{5}$ . Значит,  $\frac{n}{k} \leq \frac{2}{9}$  и  $\frac{m}{k} \leq \frac{2}{3}$ .

Тогда  $\frac{n+m}{k} \leq \frac{8}{9}$ , поэтому доля девочек в группе  $\frac{k}{n+m+k} = \frac{1}{\frac{n+m}{k}+1} = \frac{1}{\frac{8}{9}+1} = \frac{9}{17}$ .

Если группа состоит из 2 мальчиков, посетивших только театр, 6 мальчиков, посетивших только кино, и 9 девочек, сходявших и в театр, и в кино, то условие задачи выполнено, а доля девочек в группе будет равна  $\frac{9}{17}$ .