Ответы к тренировочному варианту №42

1. 6
2. 50
3. 4
4. 0,028
5. 2
6. 3
7. 3
8. 2
9. 2
10. 10
11. 80
12. 638
13. а) $1;\ 2;\ 10,$ б) 2
14. 156
15. $\left(-\infty; -\sqrt{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; \sqrt{2}\right]$
16. $\sqrt{3}+1$
17. 300 000
18. $\left(\frac{9-3\sqrt{5}}{2}; \frac{9+3\sqrt{5}}{2}\right)$
19.

Ответ: **а)** нет; **б)** нет; **в)** 1253.

Решение.

Т.к. средняя масса всех фруктов равна a=100, то масса всех фруктов равна: M=8800. Пусть n(<100) – число фруктов с весом меньше 100г., m(>100) – это число фруктов с весом больше 100г., l(=100) –число фруктов с весом равным 100г. Общее число фруктов равно 88,а числа $n,m,l \geq 0$.

Масса фруктов с весом меньше 100г. равна A(<100)=79·n. Масса фруктов с весом равным 100г. равна B(=100)=100· l. Масса фруктов с весом больше 100г. равна C(>100)=149·m.

а) Пусть число фруктов весом больше 100г. равно числу фруктов весом меньше 100г. Тогда n(<100) = k и m(>100)=k, а число фруктов с весом равным 100г., равно l(=100)=88-$2k$.

Так как всего фруктов 88, а средние массы A(<100)=79·k и C(>100)=149· k, то в сумме масса всех фруктов равна: $149\cdot k + 79\cdot k + (88-2k)\cdot 100 = 8800 \Leftrightarrow 28\cdot k = 0$ и $k = 0$.

Тогда l(=100)=88 и все фрукты одной массы по 100г., но по условию среди всех фруктов есть хотя бы 2 фрукта разной массы. Получено противоречие с условием, поэтому ответ, нет.

б) Составим общее уравнение относительно m и l для суммы масс всех фруктов:

$149\cdot m + 100\cdot l + 79\cdot(88 - m - l) = 8800 \Leftrightarrow 70\cdot m + 21\cdot l = 21\cdot 88 \Leftrightarrow 10\cdot m + 3\cdot l = 3\cdot 88 \Leftrightarrow$

$l = 88 - 10\cdot\frac{m}{3}$. Отсюда следует, что m кратно 3 $\Rightarrow$ m=3/6/9/…/24/27.

Если m = 27, то l =88 – 90 = -2, но $l \geq 0$ и эта оценка для m не подходит.

При m=3, l=78; при m=6, l=68. Заметим, что при увеличении значения m, число l уменьшается.

Следовательно, при наибольшем m число l должно быть наименьшим положительным числом. Поэтому при m_{max}=24, l_{min}=88 – 80 = 8. Но 8 > 7, поэтому число l (=100) фруктов с весом по 100г. не может быть меньше 7. Ответ, нет.

в) Пусть x - наибольшая масса, которая может быть у фрукта. При решении пункта б) получена оценка для максимального m(>100): m_{max}=24. Масса фруктов с весом больше 100г. равна C(>100)=149·m. Чтобы один из фруктов имел большую массу необходимо, чтобы при постоянном среднем другие фрукты имели меньшую по сравнению с ним массу. При m_{max}= 24 получим следующее уравнение для x: $x + 23\cdot101 = 24\cdot149 \Leftrightarrow x = 24\cdot149 - 2323$, откуда $x = 1253$.

Для подтверждения полученной оценки значения наибольшей массы фрукта выполним проверку: $1253 + 23\cdot 101 + 8\cdot 100 + (88 - 8 - 24)\cdot 79 = 1253 + 2323 + 800 + 4424 = 8800$. Приведенный пример подтверждает верность полученной оценки для значения наибольшей массы фрукта.