

Тренировочный вариант №41

Часть 1.

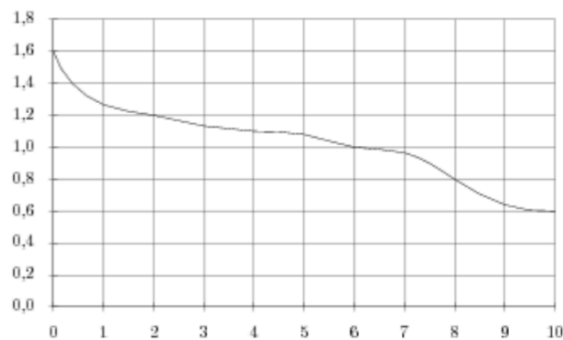
1.

16,25% выпускников города N сдали ЕГЭ по математике более чем на 80 баллов, 17,45% учеников получили на экзамене от 60 до 80 баллов, остальные получили менее 60 баллов. Назовите наименьшее возможное число выпускников в городе N.

2.

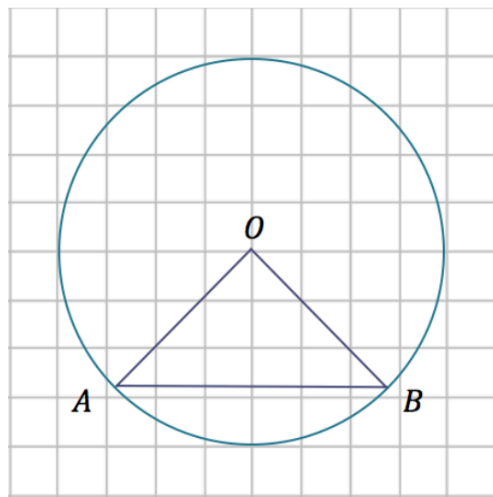
При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах.

Определите по рисунку, на сколько вольт упадет напряжение за первые 2 часа работы фонарика.



3.

На клетчатой бумаге с размером клетки $\frac{1}{\sqrt{2}}$ см \times $\frac{1}{\sqrt{2}}$ см изображён круг. Найдите длину хорды AB .



4.

На фабрике керамической посуды 30% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка имеет дефект. Ответ округлите до сотых.

5.

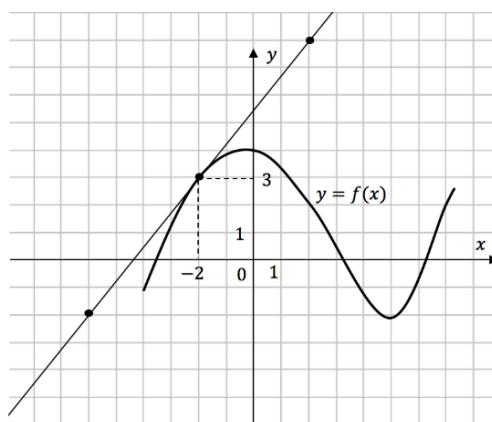
Найдите корни уравнения: $\log_2 \cos \frac{\pi(x-7)}{3} = -1$. В ответ запишите наибольший отрицательный корень.

6.

Окружность находится внутри другой окружности и касается ее внутренним образом. Внутри большей окружности поведена хорда AC , которая касается меньшей окружности и делится точкой касания B пополам. Чему равен радиус большей окружности, если радиус меньшей окружности равен 5, а $BA = \sqrt{35}$.

7.

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведённая в точке $x_0 = -2$. Найдите значение производной функции $g(x) = x^2 \cdot f(x) + 5$ в точке x_0 .



8.

Сечение цилиндра параллельно его оси и пересекает основание по хорде, длина которой равна радиусу основания. Известно, что площадь сечения равна 16. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, деленную на π .

9.

Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[3]{375} - \sqrt[3]{24}}{\sqrt[3]{648}}$

10.

Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону $v(t) = 8 \sin \frac{\pi t}{3}$ (см/с), где t — время в секундах. Какую долю времени из первых двух секунд скорость движения превышала 4 см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

11.

Каждый из 7 человек имеет 7 кошек. Каждая кошка съедает по 7 мышек, каждая мышка за одно лето может уничтожить 7 ячменных колосков, а из зёрен одного колоска может вырасти 7 горстей ячменного зерна. Сколько горстей зерна ежегодно спасается благодаря кошкам?

12.

Найдите наибольшее значение функции $y = \log_2 |2x - 6|$ на отрезке $[3, 2; 5]$.

Часть 2.

Задание 13.

а) Решите уравнение

$$(\cos 4x - \cos 2x)^2 = 5 + \sin 3x$$

б) Укажите корни уравнения, принадлежащие промежутку $[12; 14]$

Задание 14.

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 3, боковое ребро SA равно 4. На рёбрах AB и SC отмечены точки K и M соответственно, причем $AK : KB = SM : MC = 1 : 2$. Плоскость α содержит прямую KM и параллельна прямой BC .

а) Докажите, что плоскость α параллельна прямой SA .

б) Найдите угол между плоскостями α и ABC .

Задание 15.

Решите неравенство

$$\log_3(1 + x) > \log_3 x(1 - \log_x(1 - x))$$

Задание 16.

Две окружности с центрами A и B и радиусами соответственно 2 и 1 касаются друг друга. Точка C лежит на прямой, касающейся каждой из окружностей соответственно в точках A_1 и B_1 и находится на расстоянии $\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ от середины отрезка AB .

а) Докажите, что условию задачи удовлетворяют две точки, и расстояние между ними равно $\frac{3}{4}A_1B_1$.

б) Найдите площадь S треугольника ABC , если известно, что $S > 2$.

Задание 17.

Клиент обратился в банк за кредитом. Условия возврата кредита следующие.

- Начало кредитного периода 15 января. Срок полного погашения кредита 24 месяца.
- 1-го числа каждого месяца, начиная с февраля, сумма долга увеличивается на 2%.
- В период со 2-го по 14-е число каждого месяца, начиная с февраля, клиент обязуется выплатить часть задолженности.
- Сумма долга на 15 число следующего месяца должна быть на одну и ту же величину меньше суммы долга на 15 число предыдущего месяца.

Найдите сумму, взятую клиентом в кредит, если известно, что разница между наибольшим и наименьшим платежом составляет 5750 руб.

Задание 18.

Найдите все целые значения параметра a , при каждом из которых множество значений функции

$$y = \frac{\sqrt{a} - 3 \cos x + 1}{\sin^2 x + a + 2\sqrt{a} + 1}$$

содержит отрезок $[2; 3]$.

Задание 19.

Каждый из группы учащихся сходил в кино или в театр, при этом возможно, что кто-то из них мог сходить и в кино, и в театр. Известно, что в театре мальчиков было не более $\frac{2}{11}$ от общего числа учащихся группы, посетивших театр, а в кино мальчиков было не более $\frac{2}{5}$ от общего числа учащихся группы, посетивших кино.

- а) Могло ли быть в группе 9 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?
- б) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть в группе, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?
- в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа учащихся в группе без дополнительного условия пунктов: а) и б)?