Ответы к тренировочному варианту 43

1. 25
2. 6,58
3. 45
4. 0,31
5. 4
6. 75
7. 0
8. 45
9. 0,75
10. 0,2
11. 2,4
12. 12
13. $\boldsymbol{a})-\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2},\ \boldsymbol{n}\in \boldsymbol{Z};\frac{\pi}{12}+\frac{\pi m}{2},\ \boldsymbol{m}\in \boldsymbol{Z};\frac{5\pi}{12}+\frac{\pi k}{2},\ \boldsymbol{k}\in$ б) $\frac{3\pi}{8};\frac{5\pi}{12};\frac{7\pi}{12}$
14. $\frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{7}+2}$
15. $(\boldsymbol{3};\infty)$
16. $\boldsymbol{4\sqrt{14}}$-$\boldsymbol{36\, arcsin\frac{\sqrt{2}}{3}+8}$
17. **9**
18. **± 1**
19.

Ответ: **а)** нет; **б)** да; **в)** 34.

Решение.

Так как одна карточка с числом X всегда остается в коробке, то у одного школьника есть 3 карточки, а у другого 4. Пусть сумма всех чисел на карточках первого школьника равна A, а сумма на карточках второго равна B.

а) Пусть это возможно и A=4B, A > B. Сумма чисел на всех карточках в коробке равна S=123. Тогда справедлива система:

$$\begin{cases} A + B = 123 - X, \\ A - 4B = 0. \end{cases}$$

Откуда X=123-5B. Так как число 5B заканчивается или на 0 или 5, то число X заканчивается на 3 или на 8. Значит, X=18, а A+B = 105. Число A четное и кратное 4, значит, число B – нечетное. Так как A=4B, то A + $\frac{A}{4}$ = 105. Откуда A=84, B=21 и A=4B.

Но среди чисел набора 1,4,7,12,20,27,34 невозможно получить сумму из трех или из четырех чисел, равную 21. Следовательно, сумма чисел на вытянутых карточках у одного школьника не может быть в 4 раза больше, чем у другого. Ответ, нет.

б) Пусть это возможно и A=3B, A > B. Тогда справедлива система:

$$\begin{cases} A + B = 123 - X, \\ A - 3B = 0. \end{cases}$$

Тогда X = S - 4B = 3·41 – 4B. Сумма чисел A делится на 3. Число 4B четное, поэтому X число нечетное, которое делится на 3. Значит, и сумма B делится на 3. В наборе нечетное число 27 делится на 3. Поэтому X=27 и A + $\frac{A}{3}$.= 116. Тогда A=72, B=24 и A=3B. Например,
B = 1+ 4 + 7 + 12 =24 и A = 18 + 20 + 34=72. Следовательно, сумма чисел на вытянутых карточках у одного школьника может быть в 3 раза больше, чем у другого. Ответ, да.
в) Сумма всех чисел набора 1,4,7,13,18,20,27,34 равна 124, A=4B, A>B.
Тогда справедлива система:

$$\begin{cases} A + B = 124 - X, \\ A - 4B = 0. \end{cases}$$

Тогда X = 124-5B. Так как число 5B заканчивается на 0 или 5, то число X заканчивается или на 4 или на 9. Значит, число X может быть равно либо 4 либо 34.
Пусть X=34, тогда A+B = 90. Из равенства A + $\frac{A}{4}$ = 90 следует, что A = 72, а B = 18.
Из набора 1,4,7,13,18,20,27 составим полученные суммы B=1+4+13 = 18 и A=7+18+20+27=72.
Пусть X=4, тогда A+B = 120. Из равенства A + $\frac{A}{4}$ = 120 следует, что A = 96, а B = 24.
Но из чисел набора 1,7,13,18,20,27,34 невозможно получить сумму из трех или из четырех чисел, равную 24, поэтому этот случай не подходит. Ответ, карточка с числом 34.