Тренировочный вариант №44

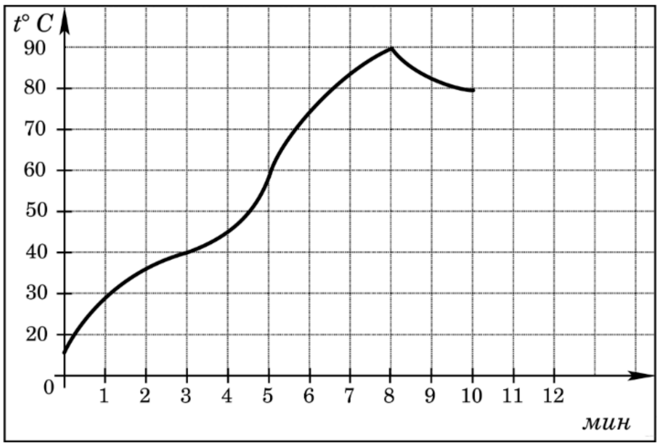
Часть 1.

1.

У Коли в библиотеке 120 книг по научной фантастике. Известно, что 8% книг по научной фантастике составляют 5% всех книг в его библиотеке. Сколько всего книг у Коли в библиотеке?

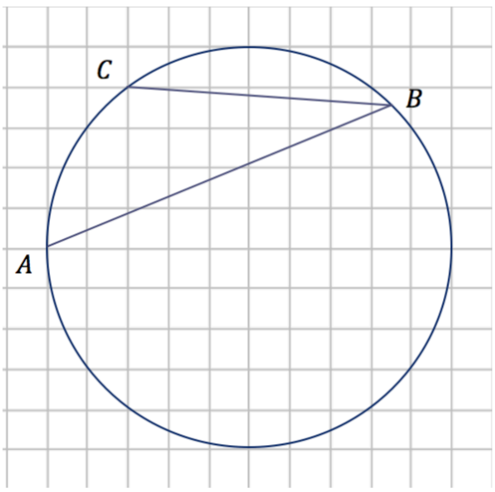
2.

На графике показано изменение температуры в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя, на вертикальной оси — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, на сколько градусов Цельсия двигатель нагрелся с 3-й до 8-й минуты с момента запуска.



3.

Найдите тангенс угла ABC.



4.

В коробке 4 зеленых и 5 красных шариков. Какова вероятность того, что из вынутых из коробки 6 шариков ровно 2 окажутся зелеными. При необходимости результат округлите до сотых.

5.

Решите уравнение $\log_3(x+4) = -x$

6.

Периметр равнобедренной трапеции, описанной около круга радиуса $\sqrt{2}$ равен 16. Найдите угол при большем основании трапеции.

7.

К графику функции $y = x^2$ проведены касательные в точках с абсциссами $x = -1$ и $x = a$. Найдите значение a, если угол между касательными равен $45°$.

8.

Вершина A куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром 1,2 является центром сферы, проходящей через точку A_1. Найдите площадь S части сферы, содержащейся внутри куба. В ответе запишите величину S/π.

9.

Найдите значение выражения $\sqrt{a^2 + 3a - 4 + \sqrt{a^2 - 10a + 25}}$ при $a = -2,5$.

10.

Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому $P = \sigma S T^4 \quad \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$, где P — мощность излучения звезды (в Ваттах), $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$ — постоянная, S м^2 — площадь поверхности звезды (в квадратных метрах), а T — температура (в кельвинах). Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна $\frac{1}{125} \cdot 10^{20}$ м^2, а мощность её излучения равна $4,56 \cdot 10^{26}$ Вт. Найдите температуру этой звезды в Кельвинах.

11.

Дорога между двумя поселками длиной 9 км имеет один равнинный участок и несколько подъемов и спусков. Скорость пешехода на равнинном участке 5 км/ч, на подъеме на 1 км/ч меньше, а на спуске в 1,5 раза больше, чем на подъеме. Пешеход прошел весь путь в обоих направлениях за 3 часа и 41 минуту. Найти длину равнинного участка.

12.

Сколько корней имеет уравнение $2x^4 - 9x^3 + 12x^2 + 6x = 0$?

Задание **13**.

а) Решите уравнение

$$\sin 2t \cdot \cos 2t(\sin^4 2t + \cos^4 2t - 1) = 0,5 \sin^4 4t$$

б) Укажите корни, принадлежащие промежутку $[-\frac{3\pi}{2}; -\pi]$

Задание **14**.

Дана треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$ $(AA_1||BB_1||CC_1)$. На ребре CC_1 выбрана точка D. Сечение, проходящее через точки A, B_1 и D делит призму на два многогранника $ABCDB_1$ и $B_1AA_1C_1D$, отношение объемов которых равно $13:17$.

а) Докажите, что объем пирамиды B_1DBA равен 1/3 объема исходной призмы.

б) Найдите в каком отношении, считая от точки C_1, точка D делит ребро CC_1.

Задание **15**.

Решите неравенство:

$$\frac{1}{x^2-4}+\frac{4}{2x^2+7x+6}\leq\frac{1}{2x+3}+\frac{4}{2x^3+3x^2-8x-12}$$

Задание **16**.

Прямая пересекает окружность радиуса R с центром в точке O в точках A и B таких, что градусная мера дуги AB равна 45°, а прямую, перпендикулярную диаметру AM окружности и проходящую через ее центр, в точке D. Прямая, проходящая через точку B перпендикулярно диаметру AM, пересекает его в точке C.

а) Докажите, что $\frac{AC}{AO}=\frac{2-\sqrt{2}}{2}$

б) Найдите площадь трапеции $OCBD$.

Задание **17**.

В контейнер упакованы изделия двух типов. Стоимость и вес одного изделия составляют 400 тыс. руб. и 12 кг для первого типа и 600 тыс. руб. и 15 кг для второго типа. Общий вес изделий равен 321 кг. Определить минимальную и максимальную возможную стоимость находящихся в контейнере изделий.

Задание **18**.

Определить все значения параметра a, при которых ровно одно решение неравенства

$$\sqrt{a^3-2a^2-4a+8}\cdot x^3-\sqrt{a^3-2a^2}\cdot x^2+\sqrt{a^4-4a^2}\cdot x-a^2\leq 0$$

удовлетворяет условию $2a\leq x\leq\sqrt{13}a$.

Задание **19**.

Есть синие и красные карточки их всего 50 штук. На каждой написаны натуральные числа, среднее арифметическое которых равно 16. При этом любое число на синей карточке больше, чем любое число на красной. Числа на синих увеличили в 2 раза, после чего среднее арифметическое стало равно 31,2.

а) Может ли быть 10 синих карточек?

б) Может ли быть 10 красных?

в) Какое наибольшее количество синих карточек может быть?