Ответы к тренировочному варианту №47

1. 40
2. 5,5
3. 6
4. 0,03
5. -1
6. 5
7. 3
8. 10
9. 56
10. 7
11. 2,5
12. 5
13. а) $arcsin\frac{-1+\sqrt{5}}{2} + 2\pi n;\ \pi\text{-}\ arcsin\frac{-1+\sqrt{5}}{2} + 2\pi n,\ n \in Z;$

    б) $-4\pi + arcsin\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$
14. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$
15. $(-\mathbf{1}; \mathbf{0})$
16. $\mathbf{96\sqrt{3}}$
17. $\mathbf{326\ 400}$
18. $\left[\frac{\mathbf{144}}{\mathbf{17}}; \mathbf{9}\right)$; $\{\mathbf{0}; \mathbf{9}\}$
19.

Решение.

а) Пусть это возможно. Тогда рейтинг некоторого футболиста r= $\frac{k}{11}$ ·100% и равен r=38, где k – целое число отданных за футболиста голосов, k=[0;11]. Для любого значения r в общем виде справедливы оценки: $\frac{10k}{11}$ ·11% > r > $\frac{9k}{11}$ ·11% . Для заданных значений решим двойное неравенство: 10k > 38 > 9k. Неравенство имеет единственное целое решение k=4 на интервале [0;11]. Тогда r=$\frac{4}{11}$ ·100% = $\frac{400\%}{11} = 36,(36)$ = 36. Поэтому, нет, не может рейтинг некоторого футболиста быть равным 38.

б) Пусть это возможно. Чтобы рейтинги трех футболистов с учетом округления до целых значений были равны, например, достаточно, чтобы их дробные значения отличались на величину не более 0,2: r= r(k) = $\frac{k}{N}$ ·100% = r(l) =$\frac{l}{N}$ ·100% = r(m)= $\frac{m}{N}$ ·100%, где N – общее число посетителей сайта; *k, l, m* – число голосов, отданных за некоего футболиста и *k≠l≠m.*

Пусть дробные значения рейтингов трех футболистов отличаются на величину, равную 0,2. Тогда для значения рейтинга r получим следующую систему равенств:

$$\left[\begin{array}{l} N\cdot r = 100k, \\ N\cdot(r + 0,2)=100l, \\ N\cdot (r + 0,4) = 100m. \end{array}\right. \qquad (1)$$

Из системы (1) очевидно, что если значения *k, l, m* отличаются на 1 (l=*k*+1*, m=l*+1), то $N \geq 500$. Пусть, например, *k*=20, *l*=21, *m*=22. Тогда *N*=500 и r=4%, так как r(*k*) = $\frac{20}{500}$ ·100%= 4%, r(*l*) = $\frac{21}{500}$ ·100%= 4,2%, r(*m*) = $\frac{22}{500}$ ·100%= 4,4%.

Приведенный пример подтверждает, что это возможно.

в) Пусть k — число голосов, отданных за футболиста, включая Васин голос, N — общее число голосов. Заметим, что после того как Вася отдал свой голос за данного футболиста, *доля голосов*, отданных за этого футболиста увеличилась, а рейтинг нет, получаем:

$$\frac{4,5}{100} \le \frac{k}{N} < \frac{k+1}{N+1} < \frac{5,5}{100}$$

Представим двойные неравенства в виде системы двух неравенств:

$$\begin{cases} \frac{9}{200} \le \frac{k}{N} \\ \frac{k+1}{N+1} < \frac{5,5}{100} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9N \le 200k \\ 200k+200 < 11N+11 \end{cases} \Leftrightarrow \quad 9N \le 200k < 11N - 199 \Leftrightarrow N > 99,5$$

Так как N –целое, то N=100. Учитывая, что должны выполняться все неравенства для всех неизвестных системы получим: $200k \ge 9N \ge 900 \Rightarrow k \ge 4,5$. Так как k – целое, то k=5.

Тогда из неравенства $200k < 11N - 199$ получим $11N > 200k + 199 \Leftrightarrow 11N > 1199 \Leftrightarrow N > 109$.

Следовательно, $N \ge 110$. Значит, минимальное число проголосовавших при условиях, данных в задаче, равно 110.

Ответ: **а)** нет; **б)** да; **в)** 110.