

## Тренировочный вариант №47

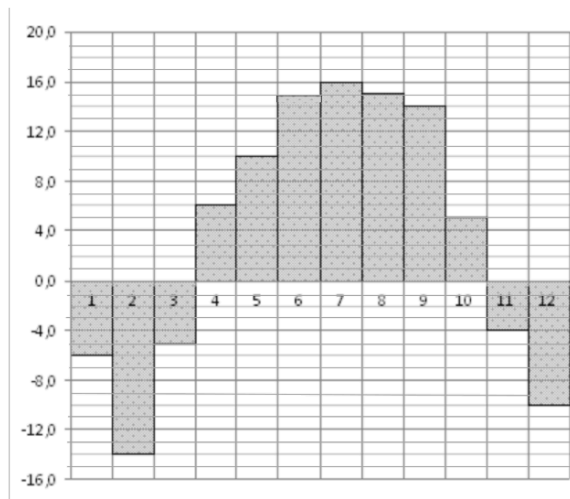
### Часть 1.

**1.**

На экскурсию в город Суздаль поехала группа школьников из 8-х, 9-х и 10-х классов. 17,5% группы были из параллели 8-х классов, 42,5% группы были из параллели 9-х классов. Назовите наименьшую возможную численность группы.

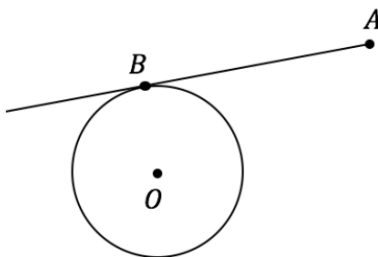
**2.**

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде (Горьком) за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме медианную среднемесячную температуру в 1994 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



**3.**

Из точки  $A$  к окружности с центром в точке  $O$  проведена касательная  $AB$ . Найдите длину касательной, если площадь круга, ограниченного окружностью равна  $6,25\pi$ , и расстояние от точки  $A$  до окружности равно 4.



**4.**

Катя, Лена и Маша по очереди покупают себе по одному леденцу в магазине. Продавец не глядя достает их из коробки, в которой лежат 10 апельсиновых, 9 лимонных и 6 яблочных леденцов. Найдите вероятность того, что Катя и Лена получают лимонные леденцы, а Маша — яблочный. Результат округлите до сотых.

**5.**

Решите уравнение  $\log_2(2x + 3) = \log_5(2x + 3)$

**6.**

Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник равен 2. Найти радиус описанной окружности, если синус одного из углов треугольника равен 0,6.

**7.**

Касательная к графику функции  $y = -x^2 + 10x - 23$  параллельна касательной, проведенной к графику функции  $y = x^2 - 2x + 2$  в точке  $x_0 = 3$ . Найдите абсциссу точки касания.

**8.**

Радиус основания цилиндра равен 26, образующая — 48. На каком расстоянии от оси цилиндра нужно провести сечение параллельно оси, чтобы это сечение имело форму квадрата?

**9.**

Найдите значение выражения

$$4^{\log_2(5-\sqrt{3})} + 7^{\log_{\sqrt{7}}(5+\sqrt{3})}$$

**10.**

Водолазный колокол, содержащий  $\nu = 2$  моля воздуха при давлении  $p_1 = 1,75$  атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления  $p_2$ . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$  где  $\alpha = 13,3$  — постоянная,  $T = 300$  К — температура воздуха. Найдите, какое давление  $p_2$  (в атм) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 15 960 Дж.

**11.**

Бригада состоит из трех рабочих различной квалификации. Если первый рабочий проработает полчаса, второй — полтора часа, а третий 3,5 часа, то будет выполнена половина всей работы. Если же первый рабочий проработает 1,5 часа, второй 2 часа, а третий 3 часа, то будет выполнено 75% всей работы. За какое время будет выполнена вся работа бригадой, работающей в полном составе.

**12.**

Найти наибольшее значение функции на заданном отрезке.

$$f(x) = 2 \cdot 2^{3x} - 9 \cdot 2^{2x} + 12 \cdot 2^x, [-1; 1]$$

Часть 2.

Задание **13.**

а) Решите уравнение

$$\cos x \sqrt{1 + \sin x} - 2 \cos x = \cos x - \sin x$$

б) Укажите корни, принадлежащие промежутку  $[-5\pi; -\frac{7\pi}{2}]$

Задание **14.**

Основание прямой треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  — равнобедренный прямоугольный треугольник с катетами  $AC = BC$ . Вершины  $M$  и  $N$  правильного тетраэдра  $MNPQ$  лежат на прямой  $CA_1$ , а вершины  $P$  и  $Q$  — на прямой  $AB_1$ .

а) Докажите, что  $AA_1 = AC$ .

б) Найдите расстояние между серединами отрезков  $MN$  и  $PQ$ , если  $AC = 4$ .

**Задание 15.**

Решите неравенство:

$$9^{\log_2(x^3+3x+4)} - 8 \cdot (x^3 + 3x + 4)^{\log_2 3} < 9$$

**Задание 16.**

В остроугольном треугольнике  $ABC$  высота  $CC_1$  и биссектриса  $AA_1$  пересекаются в точке  $P$ . Окружность, проведенная через точки  $A, C$  и  $P$ , касается прямой  $AB$ . Продолжение отрезка  $BP$  пересекает эту окружность в точке  $D$ . Известно, что  $PC = CD$ .

а) Докажите, что центр окружности лежит на хорде  $AD$ .

б) Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $CC_1 = 12\sqrt{3}$ .

**Задание 17.**

В июле планируется взять кредит на сумму 1 000 000 рублей. Условия его возврата таковы:

- Каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга;
- Ежегодные выплаты не превышают 400 000 рублей.

Какое минимальное число рублей может составить последний платеж, если кредит нужно выплатить за минимальное количество лет?

**Задание 18.**

Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение

$$|x - 8a + a^2| + |x - \frac{17a}{16}| = a|a - \frac{111}{16}| \cdot \cos^2 \frac{\pi x}{9}$$

имеет ровно два различных решения. Решить уравнение при найденных значениях  $a$ .

**Задание 19.**

На сайте проводится опрос, кого из футболистов посетители сайта считают лучшим по итогам сезона. Каждый посетитель голосует за одного футболиста. На сайте отображается рейтинг каждого футболиста – доля голосов, отданных за него, в процентах, округленная до целого числа. Например, числа 9,3; 10,5 и 12,7 округляются до 9, 11 и 13 соответственно.

а) Всего проголосовало 11 посетителей сайта. Мог ли рейтинг некоторого футболиста быть равным 38?

б) Пусть посетители сайта отдавали голоса за одного из трех футболистов. Могло ли быть так, что все три футболиста получили разное число голосов, но их рейтинги одинаковы?

в) На сайте отображалось, что рейтинг некоторого футболиста равен 5. Это число не изменилось и после того, как Вася отдал свой голос за этого футболиста. При каком наименьшем числе отданных за всех футболистов голосов, включая Васин голос, такое возможно?