Тренировочный вариант №50

Часть 1.

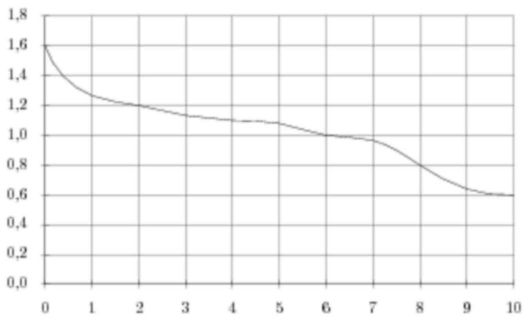
1.

До конца суток осталось $\frac{5}{3}$ того времени, что уже прошло от начала суток. Который теперь час?

2.

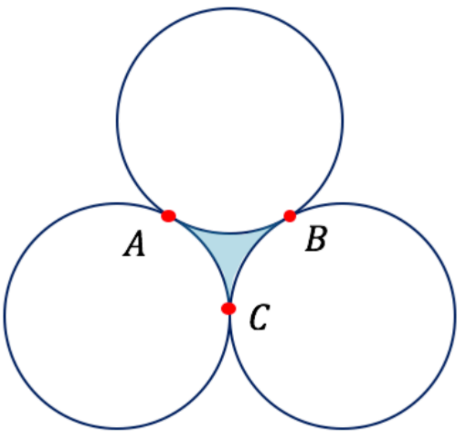
При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах.

Определите по рисунку, на сколько вольт упадет напряжение за 8 часов работы фонарика.



3.

Три окружности радиуса 3 попарно касаются друг друга в точках $A,\ B,\ C$. Найдите площадь замкнутой фигуры, ограниченной меньшими дугами окружностей $AB,\ BC$ и AC. Результат разделите на $2\sqrt{3}-\pi$.



4.

Стрелок стреляет по мишени. Известно, что вероятность попадания каждый раз равна *p=0,3.* Какова вероятность того, что стрелок попадет ровно 3 раза из четырех попыток?

5.

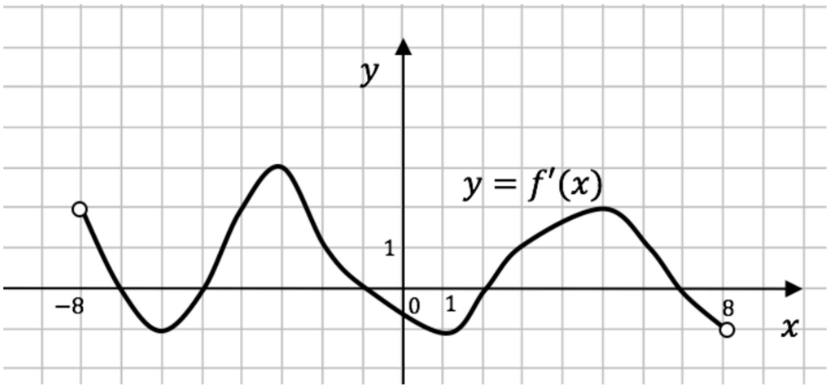
Решите уравнение $3^x = 10 - \log_2 x$

6.

В окружность радиуса *5* вписан квадрат *KLMN*. На дуге *KL* окружности выбрана точка *E* так, что *EK=6*. Найдите площадь треугольника *KEN*.

7.

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8;8)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



8.

Полукруг свернут в коническую поверхность. Найдите угол (в градусах) между образующей и осью конуса.

9.

Найдите значение выражения $a^2 + \frac{1}{a^2}$, если $a - \frac{1}{a} = 0,6$.

10.

В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = at^2 + bt + H_0$, где $H_0 = 6,24$ м — начальный уровень воды, $a = \frac{1}{100}$ м/мин^2, и $b = -\frac{1}{2}$ м/мин — постоянные, *t* — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

11.

Сумма первого и четвертого членов геометрической прогрессии в три раза больше суммы ее первого и второго членов. Найти первый член прогрессии, если сумма первых восьми ее членов равна 51.

12.

Найдите наибольшее значение функции $y = 2\sqrt{x-2} + 4\sqrt{7-x}$.

Часть 2.

Задание **13.**

а) Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-5x+2}-\sqrt{x^2-x-2}=\sqrt{x^2-3x+2}$$

б) Укажите корни, принадлежащие промежутку $[-1,3;2]$

Задание **14.**

Основание наклонной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равносторонний треугольник ABC. Боковые грани AA_1B_1B и AA_1C_1C - равные ромбы с острым углом при общей вершине A.

а) Докажите, что боковая грань BB_1C_1C-квадрат.

б) Найдите расстояние от вершины A до плоскости BB_1C_1, если $\angle CAA_1=60°$, а сторона основания призмы равна $\sqrt{2}$.

Задание **15.**

Решите неравенство:

$$log_9(x+\frac{7}{2})\cdot log_{\frac{3}{4}}x^2\geq log_{\frac{3}{4}}(x+\frac{7}{2})$$

Задание **16.**

Угол BAC треугольника ABC равен α. Сторона BC является хордой окружности с центром O и радиусом R, проходящей через центр окружности, вписанной в треугольник ABC.

а) Докажите, что около четырехугольника $ABOC$ можно описать окружность.

б) Известно, что в четырехугольник $ABOC$ можно вписать окружность. Найдите радиус r этой окружности, если $R=6, \alpha=60°$.

Задание **17.**

15 января планируется взять кредит в банке на 15 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в мае было выплачено на 8 тыс. рублей меньше, чем в марте.

Какую сумму (в рублях) нужно вернуть банку за весь срок кредитования?

Задание **18.**

При каких значениях a для любого b найдется хоть одно такое c, что система уравнений

$$\begin{cases} bx + y = ac^2 \\ 2x + (b+1)y = ac + 1 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение?

Задание **19.**

Кодовое число – трехзначное натуральное число.

а) Известно, что сумма цифр кодового числа представляет собой двузначное число, которое можно получить также, закрыв последнюю цифру кодового числа. Из всех подобных чисел кодовое число самое большое. Какое это число?

б) Известно, что кодовое число больше 600, при делении его на 3, на 4 и на 5 оно даёт в остатке 1 и его цифры расположены в порядке убывания слева направо. В ответе укажите ровно одно такое кодовое число.

в) Известно, что все цифры кодового числа разные и они зашифрованы тремя разными заглавными буквами. Оказалось, что число АБВ больше числа БАВ, но меньше числа ВБА. При этом, кодовое число – это самое большое число. Как оно может быть зашифровано?