

Тренировочный вариант №51

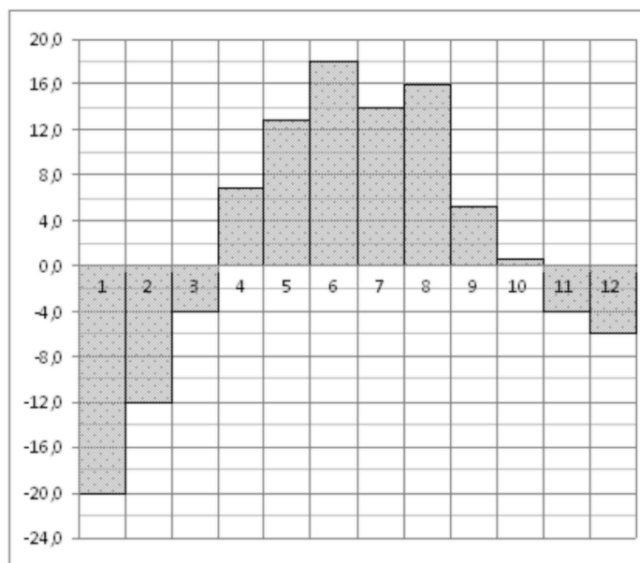
Часть 1.

**1.**

У Ивана было 3 лепешки, а у Петра — 4. Виктор присоединился к их трапезе, заплатив 7 рублей. Все лепешки разделили поровну. Как следует распределить деньги между Петром и Иваном? В ответе запишите, сколько рублей получит Петр.

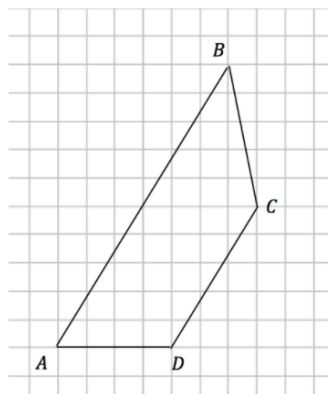
**2.**

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, с какой вероятностью среднемесячная температура в 1973 году меньше 8 градусов. Результат округлите до сотых.



**3.**

На клетчатой бумаге с размером клетки  $\sqrt{34}$  см  $\times$   $\sqrt{34}$  см изображена трапеция. Найдите длину средней линии этой трапеции.



**4.**

Монетку подбрасывают 5 раз. С какой вероятностью найдутся два идущих подряд броска с одинаковым результатом (то есть выпадут подряд два орла или две решки)?

**5.**

Решите уравнение  $x^2(x - 1)(x - 5) = (2x + 3)(x - 5)(x - 1)$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший корень.

**6.**

Из вершины треугольника на противоположную сторону, длина которой равна 81 см, опущен перпендикуляр. Найти длину большего из отрезков, на которые разделилась эта сторона, если длины двух других сторон треугольника равны 45 см и 54 см.

**7.**

К графику функции  $y = (x - 4)^3$  проведены касательные, параллельные прямой  $y = 3x - 11$ . Найдите произведение ординат точек пересечения этих касательных с осью  $OY$ .

**8.**

В правильной шестиугольной призме площадь наибольшего диагонального сечения  $4 \text{ см}^2$ , а расстояние между двумя противоположными боковыми гранями равно 2 см. Найдите объем призмы.

**9.**

Найдите значения выражения  $\log_{\frac{b}{a^5}}(a^3b)$ , если  $\log_{a^2b}\left(\frac{b}{a}\right) = \frac{1}{2}$

**10.**

Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием  $f = 30$  см. Расстояние  $d_1$  от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 30 до 50 см, а расстояние  $d_2$  от линзы до экрана — в пределах от 180 до 210 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение  $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$ . Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким. Ответ выразите в сантиметрах.

**11.**

Первый насос заполнил 40% резервуара и остановился. Второй насос, производительность которого на 25% больше, чем у первого, заполнил оставшуюся часть резервуара. Насколько процентов продолжительность работы второго насоса больше, чем у первого?

**12.**

Боковые стороны и меньшее основание трапеции равны по 10 см. Определите большее основание таким образом, чтобы площадь трапеции была наибольшей.

Часть 2.

**Задание 13.**

а) Решите уравнение

$$|x + \sqrt{1 - x^2}| = \sqrt{2}(2x^2 - 1)$$

б) Укажите корни, принадлежащие промежутку  $[-1; -\frac{1}{2}]$

**Задание 14.**

Через точку  $P$ , лежащую на диаметре  $AB$  шара проведена плоскость, перпендикулярная этому диаметру и пересекающая шар по кругу радиуса  $r$ .

а) Докажите, что  $r^2 = AP \cdot PB$ .

б) Найдите высоту конуса наибольшего объема, вписанного в шар радиуса  $R$ .

**Задание 15.**

Решите неравенство

$$(x^2 - 4x + 3)^{x^2 - 6x + 4} \leq 1$$

**Задание 16.**

На сторонах  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  взяты соответственно точки  $E$  и  $D$  так, что  $\angle BAD = 2\angle DAC$ ,  $\angle BCE = 2\angle ECA$ . Известно, что  $AB \cdot CE = BC \cdot AD$ .

а) Докажите, что  $\sin(\angle BEC) = \sin(\angle BDA)$ .

б) Найдите площадь треугольника  $ABC$  если,  $AB = \sqrt{2}$  и радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$  равен  $\sqrt{3} - 1$ .

**Задание 17.**

15 марта планируется взять кредит в банке на некоторую сумму на 16 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- На 15-е числа каждого с 1-го по 15-й месяц долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
- 15-го числа 15-го месяца долг составит 200 тысяч рублей.
- К 15-му числу 16-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 612 тысяч рублей?

**Задание 18.**

При каких значениях  $a$  уравнение

$$2 \cos^2(2^{2x-x^2-1}) = a - \sqrt{3} \sin(2^{2x-x^2})$$

имеет хотя бы одно решение?

**Задание 19.**

Дана бесконечная арифметическая прогрессия, первый член которой равен 2020, а разность равна 12. Каждый член прогрессии заменили суммой его цифр. С полученной последовательностью поступили так же и действовали так до тех пор, пока не получили последовательность однозначных чисел.

- а) Найдите тысячное число получившейся последовательности.
- б) Найдите сумму первой тысячи членов получившейся последовательности.
- в) Чему может равняться наибольшая сумма 1010 членов получившейся последовательности, идущих строго подряд?