Подготовка к ЕГЭ. Задание 18
Ege-ok.ru

Презентации

№1

Найдите все значения a, при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} |x| + |a| < 4 \\ x^2 + 16a \le 8x + 48 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке $[0; 1]$

Ответ: $(-4; 8\sqrt{2} - 8)$

№2

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$2x^4 + (a-2)x^3 + 2x^2 + (a-2)x + 2 = 0$$

имеет не менее двух различных отрицательных корней.

Ответ: $(5; \infty)$

№3

Найдите все значения параметра a, для каждого из которых уравнение

$$(cos^2 x + a)^7 - (4\,cos\,x - a)^5 = (4\,cos\,x - a)^7 - (cos^2 x + a)^5$$

имеет хотя бы один корень.

Ответ: $-2{,}5 \le a \le 1{,}5$

№4

Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $\left(x^2 - (a+1)x + 3(a-2)\right)\log_{a-x}(2a - x - 1) = 0$ имеет хотя бы один корень на отрезке $[-1; 2]$, а вне этого отрезка корней не имеет.

Ответ: $[1; 3] \cup \{4\}$

№5

При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} y^2 - (2a+1)y + a^2 + a - 2 = 0 \\ \sqrt{(x-a)^2 + y^2} + \sqrt{(x-a)^2 + (y-3)^2} = 3 \end{cases}$$

имеет единственное решение?

Ответ: $[-2; 1) \cup (1; 4]$

№6

При каких значениях a все решения уравнения $2|2x - a| + a + 2x - 8 = 0$ удовлетворяют неравенству $1 \le x \le 4$?

Ответ: $[\frac{10}{3}; 4]$

№7

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых среди корней уравнения

$$ax^2 + (a+4)x + a + 1 = 0$$

имеется ровно один отрицательный.

Ответ: $(-1; 0] \cup \{\frac{2+2\sqrt{13}}{3}\}$

№8

Найдите наименьшее значение выражения $a^2 + (b-1)^2$ среди тех a и b, для которых уравнение

$$\big||x-4| - 2\big| - ax + 4a - b = 0$$

имеет ровно три различных корня. Указать, при каких a и b достигается это наименьшее значение.

Ответ: $\frac{1}{5}$, $a = \pm\frac{2}{5}; b = \frac{4}{5}$

№9

Найдите все значения параметра a, при которых уравнение

$$5|x-3a| + |x-a^2| + 4x = a$$

не имеет решений.

Ответ: $(-\infty; -8) \cup (0; \infty)$

№10

Найти все значения b, при которых оба неравенства

$$2b\cos 2(x-y) + 8b^2\cos(x-y) + 8b^2(b+1) + 5b < 0,$$

$$x^2 + y^2 + 1 > 2bx + 2y + b - b^2$$

выполняются при любых x и y.

Ответ: $\left(-\infty; -1 - \frac{\sqrt{2}}{4}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$

№11

При каких значения параметра a уравнение $|2x + a - 3| = |x - 7a - 6|$ имеет два различных корня, равноудаленных от $x = 9$.

Ответ: -3

№12

При каких значениях параметра a уравнение $(\sin x - \log_4 a)(\sin x - 2 + 2a) = 0$

имеет ровно два корня на отрезке $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$?

Ответ: $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right) \cup \{1\} \cup \left(\frac{3}{2}; 4\right]$

№13

Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} (x+2)^2+2(a+2y)+y^2+z^2=0 \\ \left(2+xyz^2(a+2)\sqrt{1-2xy}\right)(asin^2z+x+y)=0 \\ (xy+1)tg(x+y)+cos(x-y)=1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

Ответ: $a=-2$

№14

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых для любых значений x из промежутка $[-4;-1]$, выполняется неравенство

$$3x^5+11x+4|x-a+3|+2|3x+a-5|+\sqrt[3]{4x+5}\leq 25$$

Ответ: $[-\frac{7}{3};\frac{31}{3}]$

№15

Найдите наибольшее отрицательное целое a и наименьшее положительное целое a, при которых неравенство $\frac{ax-a(1-a)}{a^2-ax-1}>0$ выполняется для любых значений x, не превосходящих по модулю 1.

Ответ: $\{-2;3\}$

№16

При каких значениях параметра a неравенство

$\left(a^3+\left(1-\sqrt{2}\right)a^2-\left(3+\sqrt{2}\right)a+3\sqrt{2}\right)x^2+2(a^2-2)x+a>-\sqrt{2}$

выполняется для любых значений $x>0$?

Ответ: $\left[-\sqrt{2};1\right)\cup[\sqrt{2};\infty)$

№17

При каких значениях параметра p уравнение

$(x-p)^2(p(x-p)^2-p-1)=-1$

имеет больше положительных корней, чем отрицательных?

Ответ: $[1;\infty)$

№18

Найти все значения параметра a, при которых уравнение $|1-ax|=1+(1-2a)x+ax^2$

имеет ровно одно решение.

Ответ: $\{0;1\}$

№19

Найти, при каких a система имеет единственное решение

$$\begin{cases} x - y = 1 + xy \\ (y - a)x + (2a - 3)y = a \end{cases}$$

Ответ: $1; 2; \frac{3 \pm 2\sqrt{3}}{3}$

№20

Найдите все значения параметра a, для каждого из которых при любом значении параметра b следующая система уравнений имеет хотя бы одно решение:

$$\begin{cases} (1 + 3x)^{2a} + (b^2 - 4b + 5)^y = 2 \\ x^2y^2 - (2 - b)xy + a^2 + 2a = 3. \end{cases}$$

Ответ: $1; \ -3$

№22

Найдите все значения параметра b, при которых уравнение $\log_{b+8}(2bx + 10x) = \log_{b+8}(x^2 + 6)$ не имеет решений.

Ответ: $(-\infty; -8] \cup \left(-5 - \sqrt{6}; -5 + \sqrt{6}\right)$

№23

Найдите все значения параметра p, при которых уравнение

$$25x^5 - 25(p - 1)x^3 + 4(p + 5)x = 0$$

имеет ровно пять различных решений, а сами решения, упорядоченные по возрастанию, образуют арифметическую прогрессию.

Ответ: 4

№24

Найдите все значения параметра p, при которых уравнение $\left(\cos x - \log_6 b\right)\left(\cos x - 3 + 3b\right) = 0$
имеет ровно четыре различных корня на отрезке $[0,2\pi]$.

Ответ: $\left[\frac{2}{3}; 1\right) \cup \left(1; \frac{4}{3}\right)$

№25

Найдите все значения параметра p, при каждом из которых неравенство $(p - x^2)(p + x - 2) < 0$
не содержит решений неравенства $x^2 \leq 1$.

Ответ: $(-\infty; 0] \cup [3; \infty)$

№26

Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} 2^{|x|} + |x| = y + x^2 + a \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

Ответ: 0

№27

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2+y^2-4ax+6x-(2a+2)y+5a^2-10a+1=0 \\ y^2=x^2 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

Ответ: $\left(4-3\sqrt{2};\frac{5-2\sqrt{5}}{5}\right)\cup\left(\frac{5-2\sqrt{5}}{5};\frac{5+2\sqrt{5}}{5}\right)\cup\left(\frac{5+2\sqrt{5}}{5};\frac{2+3\sqrt{2}}{3}\right)$

№28

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\lg^2(5x^2-10x+6)+(3a^2-5a+6)\lg(5x^2-10x+6)-4a+3=0$$

имеет хотя бы один корень.

Ответ: $[0{,}75;\ \infty)$

№29

При каких значениях параметра a точка минимума функции

$$f(x)=x^3+(3a+3)x^2+(3a^2+6a)x-5a+2$$

лежит на интервале $(a+2;a+8)$?

Ответ: $(-4;-1)$

№30

При каких значениях параметра a уравнение

$$2\cos^2\left(2^{2x-x^2}\right)=a+\sqrt{3}\sin\left(2^{2x-x^2+1}\right)$$

имеет хотя бы одно решение?

Ответ: $[-1;\ 2)$

№31

Найдите все значения параметра s, при каждом из которых корни уравнений

$x^2+\frac{3x}{s}+2s=0$ и $x^2+\frac{12x}{s}-s=0$

не чередуются, то есть оба уравнения имеют по два корня и между корнями одного из уравнений нет корня другого уравнения.

Ответ: $(-\sqrt[3]{36};-3]\cup(0;\frac{\sqrt[3]{9}}{2})$

№32

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} |4y-|x|-8|+2|x|-16=0 \\ x^2+y^2-2y+1=a \end{cases}$$

имеет 3 решения.

Ответ: 9

№33

При каких значениях a система

$$\begin{cases} 2x + y = a - 1 \\ 2xy = a^2 - 3a + 1 \\ 4x^2 + y^2 \le -a^2 + 5a - 4 \end{cases}$$

имеет решение?

Ответ: 3

№34

При каких значениях параметра a уравнение

$$\log_a x + \log_x(17 - 10a) = 2$$

имеет по крайней мере два корня и при этом произведение корней не меньше $1/10000$?

Ответ: $[0{,}01; 1) \cup (\frac{17}{11}; 1{,}6) \cup (1{,}6; 1{,}7)$

№35

При каких значениях параметра b уравнение

$$3 \cdot \sqrt[5]{x+2} - 16b^2 \cdot \sqrt[5]{32x+32} = \sqrt[10]{x^2 + 3x + 2}$$

имеет единственное решение?

Ответ: $(-\infty; -\frac{1}{4}) \cup (-\frac{1}{4}; 0) \cup (0; \frac{1}{4}) \cup (\frac{1}{4}; \infty)$

№36

При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} x^3 - (a+3)x^2 + (3a+2)x - 2a \ge 0 \\ x^3 - (a+3)x^2 + 3ax \le 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение?

Ответ: $[3; \infty)$

№37

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых для любой пары $(u; v)$ действительных чисел u и v выполнено неравенство

$$13 \sin u - 9\left|\sin u - v + 2a - 1\right| + 2\left|\sin u + 3v + 4a - 1\right| \le 15$$

Ответ: $[-0{,}1; 0{,}1]$

№38

При каких значениях параметра a неравенство

$$(1 - |x|)^{\log_5(1-|x|) - |a-1|} > 0{,}2^{4 - a^2 - \log_{25}(1 + x^2 - 2|x|)}$$

верно при любом допустимом значении x?

Ответ: $(-2; 2)$

№39

Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} 25^x - \frac{26}{5} \cdot 5^{x-a} + 25^{-a} \geq 0 \\ log_{\frac{1}{3}}(a-x) \geq 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

Ответ: $\{0\}$

№40

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^2 - 6x + a^2 + 2a}{2x^2 - ax - a^2} = 0$$

имеет ровно два различных решения.

Ответ: $(-\sqrt{10} - 1; -4) \cup (-4; 0) \cup (0; 2) \cup (2; \sqrt{10} - 1)$

№41

Найдите все целые значения параметра a, при каждом из которых множество значений функции

$$y = \frac{\sqrt{a} - 3\cos x + 1}{\sin^2 x + a + 2\sqrt{a} + 1}$$

содержит отрезок $[2; 3]$.

Ответ: 0

№42

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{(x^2 + |x|)(x^2 + 5|x| + 6) + 1} = 3|x| - 3ax - a^2 + 1$$

имеет корни как большие -3, так и меньшие 3.

Ответ: $\left(\frac{9-3\sqrt{5}}{2}; \frac{9+3\sqrt{5}}{2}\right)$

№43

Найдите все значения параметра a, при которых уравнение

$$\left|\frac{x(3^x - 1)}{3^x + 1} - 2a\right| = a^2 + 1$$

имеет нечетное число решений.

Ответ: ± 1

№44

Определить все значения параметра a, при которых ровно одно решение неравенства

$$\sqrt{a^3 - 2a^2 - 4a + 8} \cdot x^3 - \sqrt{a^3 - 2a^2} \cdot x^2 + \sqrt{a^4 - 4a^2} \cdot x - a^2 \leq 0$$

удовлетворяет условию $2a \leq x \leq \sqrt{13}a$

Ответ: $\left\{0; \frac{\sqrt{17}}{2}\right\}$

№45

Определить все значения параметра b, при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} 25^x - 5^{x+y} \le \dfrac{24b-15}{3b-2} \\ 3\cdot 5^{x+y} - 4\cdot 25^y \ge 8 \end{cases}$$

имеет решение.

Ответ: $\left(\frac{2}{3};\infty\right)$

№46

Найдите все значения параметра a, при которых уравнение

$$\log_2(4^x + \log_2 a) = x$$

имеет единственное решение.

Ответ: $(0;1] \cup \{\sqrt[4]{2}\}$

№47

Найдите все значения параметра a, при которых уравнение

$$|x - 8a + a^2| + \left|x - \frac{17a}{16}\right| = a\left|a - \frac{111}{16}\right| \cdot \cos^2\frac{\pi x}{9}$$

имеет ровно два различных решения. Решить уравнение при найденных значениях a.

Ответ: $\left[\frac{144}{17};9\right);\{0;9\}$

№48

Найдите все значения параметра a, при которых среди корней уравнения

$$\sin 2x - 2a\cos x - \sin x + a = 0$$

найдутся два, разница между которыми равна $\frac{\pi}{3}$.

Ответ: $\left\{0;\pm\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$

№49

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$(5x+a)^2 - \left(|x| + \sqrt{6|x| - x^2} - 6\right)(5x+a) + (|x|-6)\sqrt{6|x| - x^2} = 0$$

имеет отличное от нуля четное число различных корней.

Ответ: $(-30;0) \cup (0;-15+3\sqrt{26}) \cup \left(-15+3\sqrt{26};15+3\sqrt{26}\right)$

№50

При каких значениях a для любого b найдется хоть одно такое c, что система уравнений

$$\begin{cases} bx + y = ac^2, \\ 2x + (b+1)y = ac + 1 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение?

Ответ: $(-\infty;-8] \cup [4;\infty)$