Ответы к тренировочному варианту №7

1. 10
2. 397
3. 13
4. 0,375
5. -1,5
6. 6
7. -3
8. 1,62
9. 1
10. 0,25
11. 1
12. -10
13. а) $\pi + \arccos\frac{1}{3} + 2\pi n;\ -\frac{\pi}{3} + 2\pi n; n \in Z;$ б) $-\frac{\pi}{3}; \pi + \arccos\frac{1}{3}; \frac{5\pi}{3}$
14. 18
15. $\left(-\frac{1+\sqrt{5}}{2}; -1\right) \cup [\frac{1-\sqrt{5}}{2}; 0) \cup \left(0; \frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$
16. 18
17. 54000
18. $(-1; 0] \cup \{\frac{2+2\sqrt{13}}{2}\}$
19. а) 7; б) 9

Решение:

а) Запишем исходное выражение в таком виде: $39^n - 2\cdot4^n + 18^n = (39^n - 4^n) + (18^n - 4^n)$. Согласно следствия из теоремы Безу следует, что первое слагаемое $39^n - 4^n$ делится на разность оснований степеней, т.е. на 39 – 4 = 35= 5·7, а, следовательно, делится на 5 и на 7. Второе слагаемое $18^n - 4^n$ также делится на разность оснований 18 – 4 = 14 = 2·7, а значит на 2 и на 7.

Оба слагаемых делятся на 7, поэтому наименьший простой делитель исходного выражения при любом натуральном n равен 7.

б) Заметим, что для чисел, оканчивающихся на цифры 4 и 9, период повторяемости равен 2. Поэтому число 39^{2k-1} оканчивается цифрой 9, а число 39^{2k} – цифрой 1, где $k \in N$. Число 4^{2k-1} оканчивается цифрой 4, а число 4^{2k} – цифрой 6, $k \in N$.

В случае, когда число оканчивается на цифру 8, последние цифры будут периодически повторяться через 4. Так, число 18^{4k+1} оканчивается цифрой 8, число 8^{4k+2} – цифрой 4, число 8^{4k+3} – цифрой 2, а число 8^{4k+4} – цифрой 6, $k \in N$.

Запишем исходное выражение для n=2018: $39^{2017} - 2\cdot4^{2017} + 18^{2017} = (39^{2017} - 4^{2017}) + (18^{2017} - 4^{2017}) = (39^{2\cdot1009-1} - 4^{2\cdot1009-1}) + (18^{4\cdot504+1} - 4^{2\cdot1009-1})$. Первая разность оканчивается цифрой 9 – 4 = 5, вторая разность оканчивается цифрой 8 – 4 = 4. Значит вся сумма и исходное выражение оканчивается цифрой 9 = 5 + 4.

Ответ: а) 7; **б)** 9.