

Тренировочный вариант №7

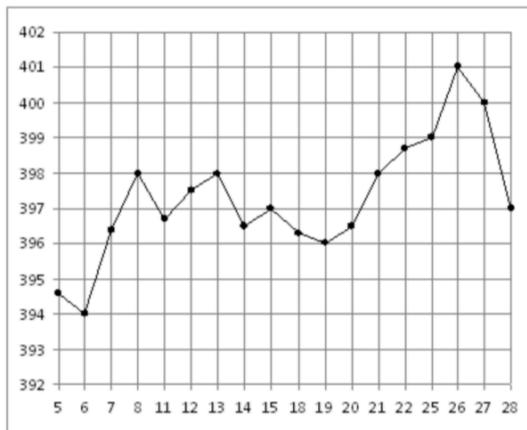
Часть 1.

1.

Шоколадка стоит 35 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну в подарок). Какое наибольшее количество шоколадок можно получить, потратив не более 250 рублей в воскресенье?

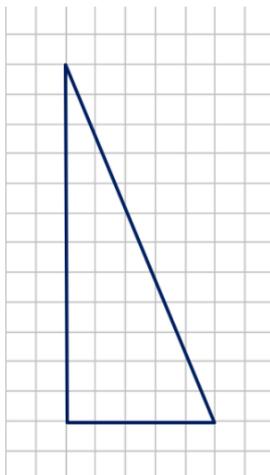
2.

На рисунке жирными точками показана цена золота на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 5 по 28 марта 1996 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена унции золота в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену золота на момент закрытия торгов в период с 21 по 28 марта. (в долларах США за унцию).



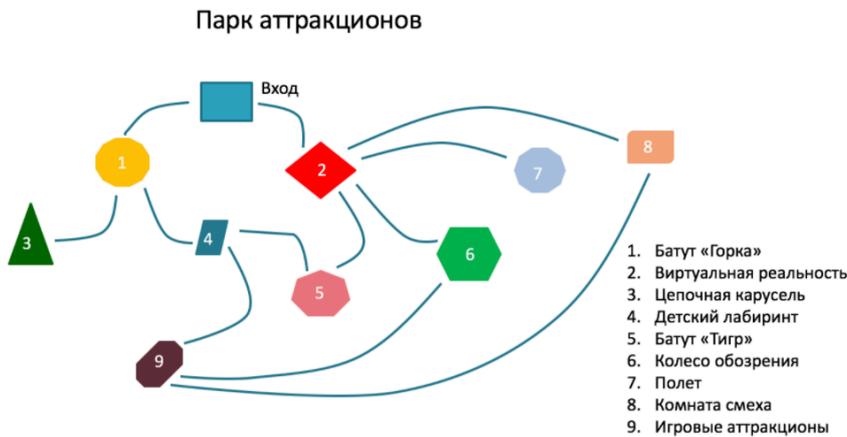
3.

На клетчатой бумаге с размером клетки 2×2 изображён прямоугольный треугольник. Найдите длину его медианы, проведённой к гипотенузе.



4.

На рисунке изображена карта Парка аттракционов. Петя с друзьями гуляют по дорожкам парка, на каждом разветвлении выбирая дорожку, по которой еще не ходили. Считая, что выбор дальнейшего пути чисто случайный, определите, с какой вероятностью ребята придут к Колесу обозрения.



5.

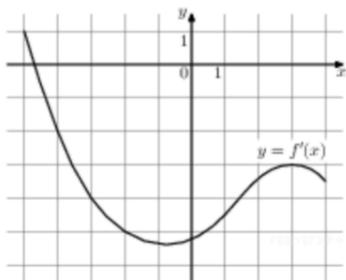
Решите уравнение $9^{5+2x} = 0,81 \cdot 10^{5+2x}$

6.

Площадь ромба равна 72. Одна из его диагоналей в 4 раза больше другой. Найдите меньшую диагональ.

7.

На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $y = f(x)$. Найдите наименьшую абсциссу точки, в которой касательная к графику параллельна прямой $y = 6 - 4x$ или совпадает с ней.



8.

Вершина A куба $AB_1C_1D_1$ с ребром 1,8 является центром сферы, проходящей через точку A_1 . Найдите площадь S части сферы, содержащейся внутри куба. В ответе запишите величину $\frac{S}{\pi}$

9.

Найдите $\frac{g(4-x)}{g(4+x)}$, если $g(x) = \sqrt[7]{x(8-x)}$, при $|x| \neq 4$.

10.

Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объем и давление связаны соотношением $pV^{1,4} = \text{const}$, где p (атм.) — давление в газе, V — объем газа в литрах. Изначально объем газа равен 8 л, а его давление равно одной атмосфере. В соответствии с техническими характеристиками поршень насоса выдерживает давление не более 128 атмосфер. Определите, до какого минимального объема можно сжать газ. Ответ выразите в литрах.

11.

Имеются два сосуда. Первый содержит 50 кг, а второй — 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 14% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 23% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

12.

Найдите наименьшее значение функции $e^{2x} - 2e^x - 9$ на отрезке $[-1; 1]$

Часть 2.

Задание 13.

а) Решите уравнение $\sqrt{6} \sin x + \sqrt{5 - \cos x} = 0$

б) Укажите корни уравнения, принадлежащие промежутку $[-\frac{\pi}{2}; 2\pi]$

Задание 14.

Дан прямой круговой конус объемом $12\sqrt{3}\pi$. Через его вершину S проведено сечение SCD . Точки C и D , лежащие на окружности основания конуса, стягивают дугу 120° . Угол SCD равен $\arcsin(\frac{2}{\sqrt{13}})$.

а) Докажите, что квадрат длины образующей относится к квадрату радиуса основания конуса как 13:12.

б) Найдите площадь сечения SCD .

Задание 15.

Решите неравенство:

$$\frac{\log_{x^2} 4}{\sqrt{\frac{1}{6} + \log_{x^6}(1-x)} - \sqrt{\frac{1}{2}}} \geq \frac{\sqrt{6}}{\log_2(1-x) - \log_4 x^4}$$

Задание 16.

Окружность, построенная на медиане BM равнобедренного треугольника ABC как на диаметре, пересекает основание BC в точке K .

а) Докажите, что $BK = 3CK$.

б) Пусть указанная окружность пересекает сторону AB в точке N . Найдите AB , если $BK = 18$ и $BN = 17$.

Задание 17.

1 марта Антон взял кредит в банке в размере 720 000 рублей на покупку машины на срок 12 месяцев. В конце каждого месяца общая сумма оставшегося долга увеличивается на 2 процента (месячную процентную ставку), а затем уменьшается на сумму, уплаченную Антоном. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину. Первого июня Антон досрочно погасил кредит. Сколько рублей сэкономил Антон по сравнению с полной выплатой в срок?

Задание 18.

Найти все значения параметра a , при каждом из которых среди корней уравнения

$$ax^2 + (a+4)x + a+1 = 0$$

имеется ровно один отрицательный.

Задание 19.

Дано выражение $39^n - 2 \cdot 4^n + 18^n$, где n – натуральное число.

а) Какой наименьший простой делитель имеет данное выражение при любом натуральном n ?

б) Какой цифрой оканчивается значение данного выражения при $n = 2017$.