Тренировочный вариант №8

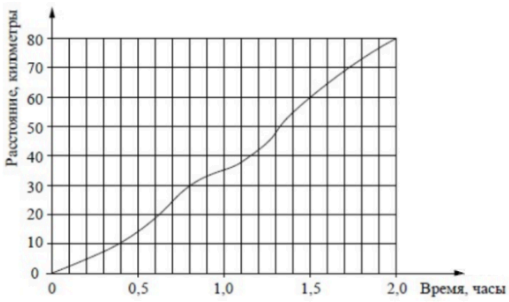
Часть 1.

1.

Для приготовления варенья из вишни берут ягоды и сахар в отношении 5:3. Сколько килограммовых упаковок сахара нужно купить, чтобы сварить варенье из 18 кг вишни?

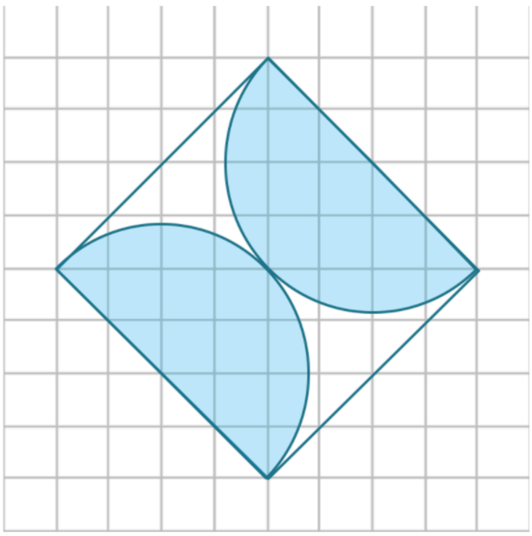
2.

На рисунке показан график движения автомобиля по маршруту. На оси абсцисс откладывается время (в часах), на оси ординат — пройденный путь (в километрах). Найдите среднюю скорость движения автомобиля в первые 48 минут движения. Ответ дайте в км/ч.



3.

Найдите площадь закрашенной фигуры, если размеры клеточки $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$x$\frac{1}{\sqrt{\pi}}$:



4.

Известно, что ученики класса, имеющие двойки по алгебре, составляют 15%, а ученики, имеющие двойки по геометрии, составляют 25%. Какова вероятность, что ученик имеет двойку и по алгебре, и по геометрии, если ученики, не имеющие двоек ни по одному предмету составляют 70%?

5.

Решите уравнение $log_2(4+x) = log_2(2-x)+2$

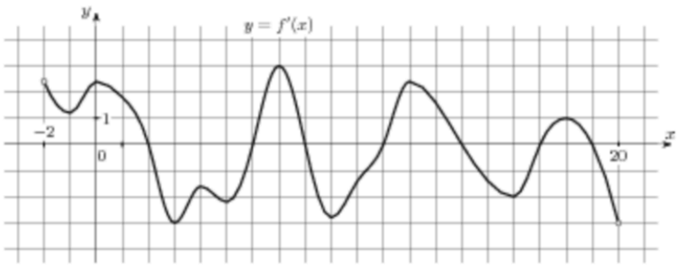
6.

Большее основание равнобедренной трапеции равно 34. Боковая сторона равна 26. Косинус острого угла равен $\frac{5}{13}$. Найдите площадь трапеции.

7.

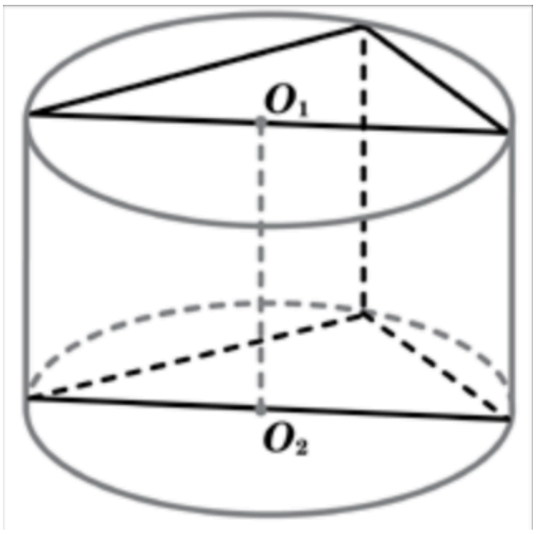
На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2; 20)$.

Найдите количество точек максимума функции $f(x)$ на отрезке $[-1; 18]$.



8.

В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 9 и 6. Боковые ребра равны $\frac{2}{\pi}$. Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.



9.

Найдите $\cos(\alpha + \beta)$, если

$\sin\alpha = -0,6; \;\; \alpha \in (\pi; \frac{3}{2}\pi); \;\; \cos\beta = 0,6; \;\; \beta \in (\frac{3}{2}\pi; 2\pi)$

10.

Камнеметательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полета камня описывается формулой $y = ax^2 + bx$, где $a = -\frac{1}{100}$ м$^{-1}$, $b = \frac{7}{10}$ — постоянные параметры, x (м) — смещение камня по горизонтали, y (м) — высота камня над землей. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 9 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

11.

Часы со стрелками показывают 2 часа 5 минут. Через сколько минут минутная стрелка в десятый раз поравняется с часовой?

12.

Найдите наибольшее значение функции $y = (\frac{1}{2})^{x^2+2x+5}$.

Часть 2.

Задание **13**.

а) Решите уравнение: $3 \cdot 2^{\cos x + 3\sqrt{1-\sin^2 x}} + 11 \cdot 2^{2\cos x} - 34 = 0$

б) Укажите корни уравнения, принадлежащие промежутку $[-16; -13]$

Задание **14**.

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S проведена высота SD. На отрезке SD взята точка K так, что $SK : KD = 1 : 2$. Известно, что двугранные углы между основанием и боковыми гранями равны $\frac{\pi}{6}$, а расстояние от точки K до бокового ребра равно $\frac{4}{\sqrt{13}}$.

а) Докажите, что расстояние от точки D до бокового ребра втрое больше, чем расстояние от точки K до бокового ребра.

б) Найдите объем пирамиды.

Задание **15**.

Решите неравенство:

$$|log_{-2x-1}\sqrt{(2x+5)^6}+3| \leq -4 + log_{\frac{1}{-2x-1}}\sqrt{(2x+5)^8}$$

Задание **16**.

Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник ABC касается основания AC в точке D и боковой стороны AB в точке E. Точка F - середина стороны AB, а точка G - точка пересечения окружности и отрезка FD, отличная от D. Касательная к окружности, проходящая через точку G, пересекает сторону AB в точке H.

а) Докажите, что $\angle AFD = \angle B$

б) Найдите угол BCA, если известно, что $FH : HE = 2 : 3$.

Задание **17**.

Автомобиль двигается из пункта А в пункт В. Путь от пункта А до промежуточного пункта С он проезжает со скоростью 60 км/ч, а в пункте С вынужден снизить скорость на 2V км/ч. Проехав с этой скорость 2/5 пути от С до В, оставшийся до В путь он преодолевает со скоростью на 3V км/ч больше первоначальной. При каком значении V путь от пункта С до пункта В будет преодолен за минимальное время?

Задание **18**.

Найти наименьшее значение выражения $a^2 + (b-1)^2$ среди тех a и b, для которых уравнение $||x-4|-2| - ax + 4a - b = 0$ имеет ровно три различных корня. Указать, при каких a и b достигается это наименьшее значение.

Задание **19**.

а) Можно ли представить число 2014 в виде суммы двух различных натуральных чисел с одинаковой суммой цифр?

б) Можно ли представить число 199 в виде суммы двух различных натуральных чисел с одинаковой суммой цифр?

в) Найдите наименьшее натуральное число, которое можно представить в виде суммы пяти различных натуральных чисел с одинаковой суммой цифр.