Тренировочный вариант №9

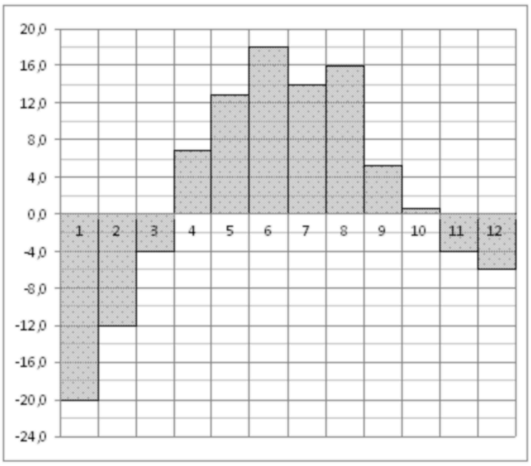
Часть 1.

1.

На одну порцию рисовой каши требуется 40 грамм риса и 0,12 литра молока. Какое наибольшее количество порций каши может приготовить дежурный, если в его распоряжении есть 1,5 кг риса и 3 литра молока?

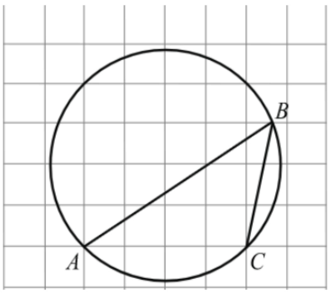
2.

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в период с июля по октябрь 1973 года включительно. Ответ дайте в градусах Цельсия.



3.

На клетчатой бумаге с размером клетки 2 × 2 изображён вписанный в окружность угол *ABC*. Найдите его градусную величину.



4.

При изготовлении подшипников диаметром 61 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,972. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше, чем 60,99 мм, или больше, чем 61,01 мм.

5.

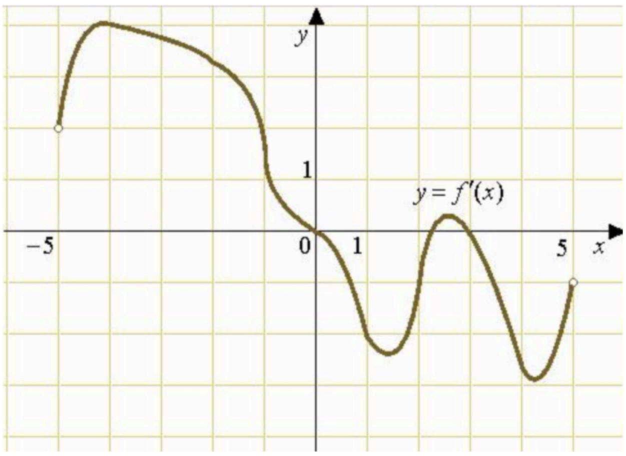
Найдите корень уравнения: $4^{log_2(x-2)} = 25$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

6.

В равнобедренном треугольнике *ABC* с основанием *AC* проведена биссектриса *AD.* Найдите *CD,* если *BC=12, AC=6.*

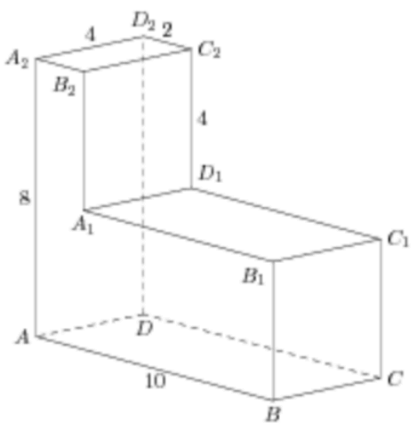
7.

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



8.

Найдите расстояние между вершинами B и C_2 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



9.

Найдите значение выражения $(1 - log_8 48)(1 - log_6 48)$.

10.

Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 40$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 64$ км/ч^2. Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$. Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем в 48 км от города. Ответ выразите в минутах.

11.

Первый и второй насосы наполняют бассейн за 6 минут, второй и третий — за 7 минут, а первый и третий — за 21 минуту. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?

12.

Найдите наименьшее значение функции $y = (x^2 - 8x + 8)e^{2-x}$ на отрезке $[1; 7]$.

Часть 2.

Задание **13**.

а) Решить уравнение $\frac{1+\sqrt{3}}{2} \cdot \sin 2x = (\sqrt{3} - 1)\cos^2 x + 1.$

б) Указать корни уравнения, принадлежащие промужутку $[-5\pi; -3,5\pi]$

Задание **14**.

Объём пирамиды *ABCD* равен 5. Через середины рёбер *AD* и *BC* проведена плоскость, пересекающая ребро *CD* в точке *M* . При этом *DM*:*MC* = 2:3.

а) Докажите, что эта плоскость делит пирамиду на два многогранника равного объема.

б) Найдите площадь сечения пирамиды указанной плоскостью, если расстояние от неё до вершины *A* равно 1.

Задание **15**.

Решите неравенство $\frac{6}{2x+1} > \frac{1+log_2(2+x)}{x}$

Задание **16**.

В окружность вписан четырехугольник $ABCD$, диагонали которого взаимно перпендикулярны и пересекаются в точке E. Прямая, проходящая через точку E и перпендикулярная к AB, пересекает сторону CD в точке M. Известно, что $AD = 8$, $AB = 4$, угол CDB равен α градусов.

а) Докажите, что EM — медиана треугольника CED.

б) Найдите длину EM.

Задание **17**.

Предприниматель взял в банке кредит. Банк увеличивает долг предпринимателя ежегодно на *p% (p<40%).* Через год его долг увеличивается на 30 тыс. рублей. Предприниматель вернул часть долга так, что остался должен банку половину первоначального долга, а еще через два года его долг составил 108 тыс. рублей. Найдите годовую процентную ставку.

Задание **18.**

Найти все значения параметра a, при которых уравнение
$5 \cdot |x - 3a| + |x - a^2| + 4x = a$ не имеет решений.

Задание **19.**

На доске записано число 8. Раз в минуту ученик дописывает на доске одно число: либо вдвое большее какого-либо из чисел на доске, либо равное сумме каких-то двух чисел, написанных на доске (таким образом, через одну минуту на доске появится второе число, через две – третье и т.д.).

а) Может ли в какой-то момент на доске оказаться число 2012?

б) Через какое наибольшее время сумма всех чисел на доске может равняться 72?

в) Через какое наименьшее время на доске может появиться число 832?