Ответы к тренировочному варианту №11.

1. 32,4
2. 13
3. 64
4. 0,46
5. 2
6. 120
7. 1
8. 0,5
9. 1,5
10. 30
11. 12
12. -8
13. $а)\ \frac{1}{4}+n, n \in Z$; б) $13/4$
14. 10
15. $(-\infty; -5) \cup (-3; -2] \cup (-1; 1) \cup \{4\}$
16. $\frac{2\pi+3\sqrt{3}}{9\sqrt{3}}$
17. 4320
18. -3
19.

Решение.

а) Для выполнения условий достаточно, чтобы произведение двух меньших чисел было больше 40, а произведение двух больших было меньше 100. Рассмотрим пять последовательных чисел, представленных в виде: n, $n+1$, $n+2$, $n+3$, $n+4$. Тогда должны быть справедливы неравенства: $n^2 + n > 40$ и $n^2 + 7n + 12 < 100$. Неравенства справедливы при $n = 6$ (т.к. $6^2 + 6 > 40$ и $36 + 42 + 12 = 90 < 100$). Поэтому условию удовлетворяют пять различных натуральных чисел: 6,7,8,9,10 или 6,7,8,9,11. Ответ – да.

б) Пусть шесть чисел записаны на доске в порядке возрастания $a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5 < a_6$.

Заметим, что $a_2 \geq 7$ и $a_5 \leq 9$, иначе произведение $a_1 \cdot a_2$ будет меньше 40, а произведение $a_5 \cdot a_6$ будет больше 100. Значит, на доске может быть только одно число $a_1 < 7$ и только одно двузначное число $a_6 \geq 10$. Но тогда четырьмя различными числами $a_2 < a_3 < a_4 < a_5$ должны быть три числа 7, 8 и 9, что невозможно, поэтому ответ - нет.

в) Пусть на доске написаны 4 числа в порядке возрастания: $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$. Как было показано в пункте б), соседние с крайними числа всегда подчиняются условию:
$7 \leq a_2 < a_3 \leq 9$. Следовательно, возможны только три случая:
Если записаны числа: a_1, 7, 8, a_4, то наибольшие возможные крайние числа $a_1 = 6$, $a_4 = 12$. Сумма четырех записанных на доске чисел будет равна 33.
Если записаны числа: a_1, 7, 9, a_4, то крайними будут $a_1 = 6$, $a_4 = 11$, а сумма чисел будет равна 33.
Если записаны числа: a_1, 8, 9, a_4, то крайними будут $a_1 = 7$, $a_4 = 11$, а сумма чисел будет равна 35.
Таким образом, наибольшее значение суммы четырех чисел, записанных на доске, равно 35.

Ответ: **а)** да; **б)** нет; **в)** 35.