

Тренировочный вариант №13

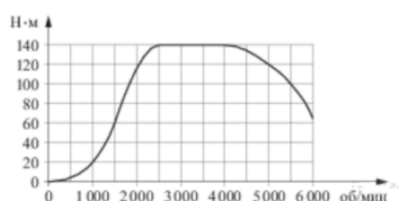
Часть 1.

1.

Для приготовления варенья требуются черная рябина, яблоки и сахар в соотношении 3:10:12. У хозяйки есть 4 кг черной рябины, 12 кг яблок и 6 кг сахара. Сколько килограмм варенья сможет сварить хозяйка из этих продуктов, если будет строго следовать рецепту?

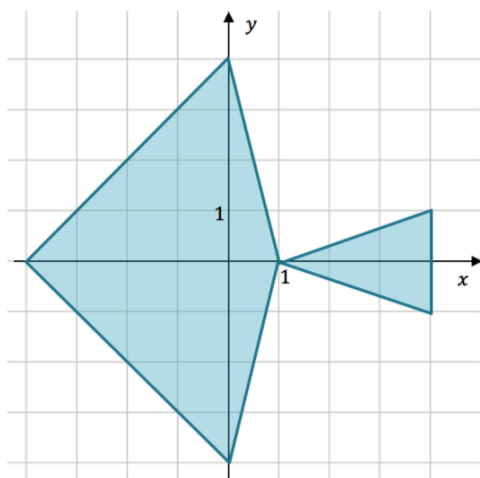
2.

На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту, на оси ординат — крутящий момент в Н·м. На сколько увеличится крутящий момент при увеличении числа оборотов с 1000 до 3500 об/мин?



3.

Найдите площадь закрашенной фигуры:



4.

В коробке лежат карандаши трех цветов: красные, желтые и синие. Синих карандашей на 20% меньше, чем красных и на 25 % больше, чем желтых. Какая вероятность того, что вынутый наугад карандаш окажется желтым? Ответ округлите до сотых.

5.

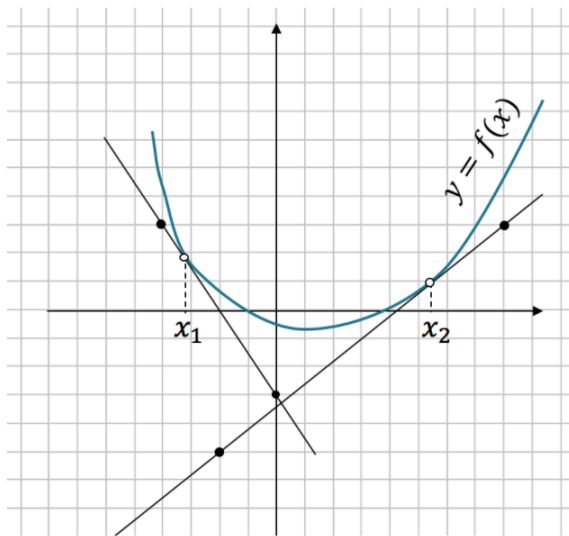
Найдите корни уравнения $2^{\cos \pi x} = \frac{1}{2}$. В ответ запишите наибольший отрицательный корень.

6.

В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Найдите площадь трапеции, если ее высота равна 7.

7.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Найдите тангенс угла между касательными, проведенными к графику функции $y = f(x)$ в точках x_1 и x_2 .



8.

Толщина корки апельсина составляет 20% от его радиуса. (Будем считать, что апельсин имеет форму шара, и толщина корки везде одинакова). Какую часть от объема апельсина составляет объем корки?

9.

Вычислите:

$$\frac{109^2 - 2 \cdot 109 \cdot 61 + 61^2}{79^2 + 73^2 - 49^2 - 55^2}$$

10.

На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_A = \rho g l^3$, где l — длина ребра куба в метрах, $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ — плотность воды, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 9,8 \text{ Н/кг}$). Какой может быть максимальная длина ребра куба, чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении будет не больше, чем 153125 Н? Ответ выразите в метрах.

11.

Две молотилки вместе обмолачивают хлеб за 12 дней. Если бы первая молотилка обмолотила половину хлеба, а затем вторая оставшуюся часть, то они проработали бы 25 дней. За сколько дней может обмолотить весь хлеб каждая молотилка в отдельности? В ответе записать большее значение.

12.

Найдите точку максимума функции $y = \log_{0,2}(x^2 - 6x + 12) + 2$

Часть 2.

Задание 13.

а) Решите уравнение $4^{\sin x + 3/4} - (2 + \sqrt{2}) \cdot 2^{\sin x} + 1 = 0$

б) Укажите в градусах корень, ближайший к 100°

Задание 14.

В шар вписана треугольная пирамида, в основании которой лежит правильный треугольник. Одно из боковых ребер перпендикулярно плоскости основания, а другие образуют с плоскостью основания угол $\alpha = \arcsin(\sqrt{3/7})$. Найдите радиус шара, если высота пирамиды равна 6.

Задание 15.

Решите неравенство $\log_{2-5x} 3 + \frac{1}{\log_2(2-5x)} \leq \frac{1}{\log_6(6x^2-6x+1)}$

Задание 16.

В треугольнике KLM биссектрисы углов при вершинах K и M пересекаются в точке N . Через точки K , N и M проведена окружность с центром в точке O . Площадь треугольника KMO равна $27\sqrt{3}$, угол $KLM = 120^\circ$

а) Докажите, что треугольник KMO равносторонний.

б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника KLM .

Задание 17.

В июне планируется взять кредит в банке на сумму 4 млн р. сроком на 10 лет. Условия его возврата таковы:

- в январе каждого следующего года долг увеличивается на $p\%$ в сравнении с концом прошлого года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- долг на июль каждого года должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите p , если наибольший годовой платеж по кредиту составит не более 1,3 млн р., а наименьший — не менее 0,49 млн р.

Задание 18.

Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} (x+2)^2 + 2(a+2y) + y^2 + z^2 = 0 \\ (2 + xyz^2(a+2)\sqrt{1-2xy})(a\sin^2 z + x + y) = 0 \\ (xy+1)\operatorname{tg}(x+y) + \cos(x-y) = 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

Задание 19.

а) Существует ли арифметическая прогрессия из 2017 натуральных чисел, в которой количество чисел, делящихся на 8, меньше, чем количество чисел, делящихся на 9, а последнее в свою очередь меньше, чем количество чисел, делящихся на 10?

б) Рассматриваются наборы различных целых чисел, произведение которых равно 180. Для каждого такого набора рассматриваются арифметические прогрессии, состоящие из чисел этого набора. Из какого наибольшего количества членов может состоять такая арифметическая прогрессия?

в) Даны 2017 ненулевых целых чисел. Известно, что сумма любого из них с произведением оставшихся 2016 чисел отрицательна. Докажите, что если произвольным образом разбить все данные числа на две группы и перемножить числа в группах, то сумма двух полученных произведений также будет отрицательной.