Ответы к тренировочному варианту №19

1. 495
2. 4
3. 10
4. 0,46
5. 1000
6. 5
7. 20
8. 38,4
9. -0,75
10. 45
11. 45
12. 45
13. $\frac{3}{2}$
14. $30°$
15. $(\log_{\frac{4}{7}}\frac{3}{2};0)$
16. $\frac{3\sqrt{5}}{(\sqrt{3}+\sqrt{5})};\frac{5\sqrt{3}}{(\sqrt{3}+\sqrt{5})}$
17. 50000
18. $1;2;1\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}$
19.

Решение.

а) Пусть для последовательности $\{a_i\}$ N-чисел и выполняется равенство $5a_5=9a_4$. Отсюда $a_5=9$ и $a_4=5$. Далее требуется подтвердить или опровергнуть, что существуют натуральные a_3, a_2, a_1, полученные по рекуррентному выражению формирования последовательности.

Так как a_5 и a_4 известны, то для получения значения начального члена a_1 последовательности потребуется i= n-2 = 3 итерации. Так, из $a_5=a_4+a_3 \Rightarrow a_3=9-5=4$. Тогда из $a_4=a_3+a_2 \Rightarrow a_2=5-4=1$. В итоге определим, что $a_1=a_3-a_2=4-1=3$. Последовательность состоит из пяти натуральных чисел: 3,1,4,5,9. Следовательно, равенство $5a_5=9a_4$ может выполняться.

б) Пусть для последовательности $\{a_j\}$ N-чисел выполняется равенство $5a_5=7a_4$. Отсюда $a_5=7$ и $a_4=5$. Аналогично решения п. а), далее требуется подтвердить или опровергнуть, что существуют натуральные a_3, a_2, a_1, полученные по рекуррентному выражению формирования последовательности. Так как a_5 и a_4 известны, то для получения значения начального члена a_1 последовательности также потребуется i= n-2 = 3 итерации.

Так, из $a_5=a_4+a_3 \Rightarrow a_3=7-5=2$. Тогда из $a_4=a_3+a_2 \Rightarrow a_2=5-2=3$. В итоге определим, что $a_1=a_3-a_2=2-3=-1$. Получили отрицательное значение для a_1, что нарушает требование о натуральности членов последовательности. Поэтому равенство $5a_5=7a_4$ выполняться не может.

в) Пусть равенство $3n\cdot a_{n+1}=(n^2-1)\cdot a_n$ (1) выполняется. Тогда из (1): $a_n=\frac{3n\cdot a_{n+1}}{(n^2-1)}$. Поскольку последовательность $\{a_i\}$ возрастающая, необходимо, чтобы отношение $\frac{a_n}{a_{n+1}} < 1$ или

$\frac{3n}{(n^2-1)} < 1$ (2) и $a_{n+1} - a_n < a_n$ (3). Неравенство (2) выполняется при любом натуральном $n \geq 4$. Из равенства (1) и неравенства (3) составим систему

$$\begin{cases} a_n = \frac{3n \cdot a_{n+1}}{(n^2-1)} \\ a_n > 0{,}5 \cdot a_{n+1} \end{cases}$$ из нее получим $\frac{3n \cdot a_{n+1}}{(n^2-1)} > 0{,}5 \cdot a_{n+1}$

После преобразований (с учетом, что $a_{n+1} > 0$) получим неравенство относительно *n*:

$n^2 - 6n - 1 < 0$. Решением данного неравенства будут натуральные числа из промежутка (4;6). Наибольшим натуральным числом из этого промежутка является *n*=5.

Ответ: а) да; **б)** нет; **в)** 3.