

Тренировочный вариант №20

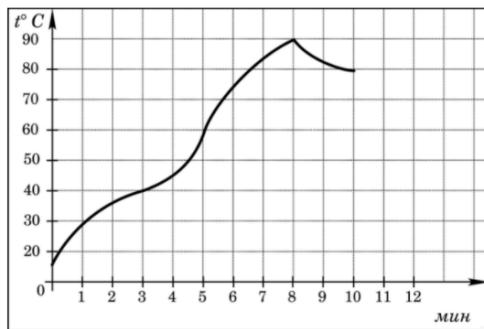
Часть 1.

1.

Торговая база закупила партию альбомов и поставила ее магазину по оптовой цене на 130% больше закупочной. Магазин установил розничную цену на альбом на 5% выше оптовой. При распродаже в конце сезона магазин снизил розничную цену на альбом на 40%. На сколько рублей больше заплатил покупатель по сравнению с закупочной ценой, если на распродаже он приобрел альбом за 57,96 рубля?

2.

На графике показано изменение температуры в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя, на вертикальной оси температура двигателя в градусах Цельсия.



Друзья Вася и Петя одновременно выходят из дома и заводят свои машины. Вася прогревает двигатель до 90° , а Петя до 40° . Кто из друзей трогается с места раньше и на сколько минут?

3.

В треугольнике ABC BM — биссектриса. Площадь треугольника ABM относится к площади треугольника BCM как 1:3. Найдите AB , если $BC = 12$ см.

4.

В классе 30 учеников. Вероятность того, что случайно выбранный ученик — мальчик, равна 0,6. Вероятность того, что случайно выбранный ученик имеет темные волосы, равна 0,3. Всего в классе 6 темноволосых мальчиков. Найдите вероятность того, что случайно выбранный ученик — светловолосая девочка.

5.

Найдите сумму квадратов корней уравнения $x^2 + 3x - 2 = 0$.

6.

Найдите больший острый угол прямоугольного треугольника, если его гипотенуза равна $4\sqrt{3}$, а высота, проведенная к ней, равна 3.

7.

К графику функции $y = 4,2\sqrt{x+3}$ проведена касательная, параллельная прямой $y = 0,7x + 5$. Найдите абсциссу точки пересечения касательной с осью Ox .

8.

Плоский угол при вершине правильной треугольной пирамиды равен 90° , площадь боковой поверхности равна 54. Найдите объем пирамиды.

9.

Найти значение выражения

$$3 \cdot 5 \cdot (4^2 + 1) \cdot (4^4 + 1) \cdot (4^8 + 1) - 16^8 - 4$$

10.

Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону $v(t) = 15 \sin \frac{\pi t}{5}$ (см/с), где t — время в секундах. Какую долю времени из первых двух секунд скорость движения превышала 7,5 см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

11.

Два почтовых катера с одинаковыми собственными скоростями работают на реке. Пункт В находится ниже пункта А по течению. Ежедневно в условленное время они выходят из своих пунктов навстречу друг другу, встречаются, обмениваются почтой и возвращаются обратно. Если бы они выходили одновременно, то катер из А находился бы в пути 3 часа, а катер из В — 1,5 часа. На сколько минут раньше должен отплыть катер из В, чтобы оба катера находились в пути одинаковое время?

12.

Найдите в какой точке функция $y = \sqrt{x^2 + 2x - 3} + 5$ принимает наименьшее значение на отрезке $[-2; 2]$.

Часть 2.

Задание **13.**

а) Решите уравнение $\sin 2x + \cos 2x + \sqrt{2}(\cos x + \sin x) + 1 = 0$

б) Найдите корни уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -2\pi]$

Задание **14.**

Точки M и N лежат на ребрах соответственно AB и A_1B_1 параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, причем $AM : MB = B_1 N : N A_1 = 2 : 1$; точка K — середина ребра CC_1 .

а) Постройте точку пересечения плоскости KMN с прямой $B_1 C_1$.

б) Найдите угол между прямой BB_1 и плоскостью KMN , если параллелепипед прямоугольный, $AB = 3$, $BC = 2$, $AA_1 = 4$.

Задание **15.**

Решите неравенство $(4x - x^2 - 3) \cdot \log_2(\cos^2 \pi x + 1) \geq 1$

Задание 16.

Первая окружность с центром O , вписанная в равнобедренный треугольник KLM , касается боковой стороны KL в точке B , а основания ML - в точке A . Вторая окружность с центром O_1 касается основания ML и продолжений боковых сторон.

а) Докажите, что треугольник OLO_1 прямоугольный.

б) Найдите радиус второй окружности, если радиус первой равен 6 и $AK = 16$.

Задание 17.

Иван мечтает о собственной квартире, которая стоит 3 млн руб. Иван может купить ее в кредит, при этом банк готов выдать эту сумму сразу, а погашать кредит Ивану придется 25 лет равными ежемесячными платежами. Тогда ему придется выплатить сумму, на 260% превышающую исходную. Вместо этого Иван может какое-то время снимать квартиру за 16 тыс. руб. в месяц, откладывая каждый месяц на покупку квартиры сумму, которая останется от его возможного платежа банку (по первой схеме) после уплаты арендной платы за съемную квартиру. За сколько лет в этом случае Иван сможет накопить на квартиру, если считать, что ее стоимость не изменится?

Задание 18.

Найдите все значения значения параметра a , для каждого из которых при любом значении параметра b следующая система уравнений имеет хотя бы одно решение:

$$\begin{cases} (1 + 3x)^{2a} + (b^2 - 4b + 5)^y = 2 \\ x^2y^2 - (2 - b)xy + a^2 + 2a = 3. \end{cases}$$

Задание 19.

Даны n различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию

а) Может ли сумма всех данных чисел быть равной 10?

б) Каково наибольшее значение n , если сумма всех данных чисел меньше 1000?

в) Найдите все возможные значения n , если сумма всех данных чисел равна 129.