Ответы к тренировочному варианту №23

1. 30
2. 40
3. 18
4. 0,33
5. 6
6. 0,25
7. 12
8. 45
9. 2,231
10. 288000
11. 3
12. -4
13. а) $\pi + 2\pi n, n \in Z$, б) 16
14. $\sqrt{149}$
15. 3
16. 3,5
17. 1200
18. 4
19.

Решение.

а) Пусть для последовательности $\{a_i\}$ N-чисел и выполняется равенство $5a_5 = 9a_4$. Отсюда $a_5=9$ и $a_4=5$. Далее требуется подтвердить или опровергнуть, что существуют натуральные a_3, a_2, a_1, полученные по рекуррентному выражению формирования последовательности.

Так как a_5 и a_4 известны, то для получения значения начального члена a_1 последовательности потребуется i= n-2 = 3 итерации. Так, из $a_5 = a_4 + a_3 \Rightarrow a_3 = 9 - 5 = 4$. Тогда из $a_4 = a_3 + a_2 \Rightarrow a_2 = 5 - 4 = 1$. В итоге определим, что $a_1 = a_3 - a_2 = 4 - 1 = 3$. Последовательность состоит из пяти натуральных чисел: 3,1,4,5,9. Следовательно, равенство $5a_5 = 9a_4$ может выполняться.

б) Пусть для последовательности $\{a_j\}$ N-чисел выполняется равенство $5a_5 = 7a_4$. Отсюда $a_5=7$ и $a_4=5$. Аналогично решения п. а), далее требуется подтвердить или опровергнуть, что существуют натуральные a_3, a_2, a_1, полученные по рекуррентному выражению формирования последовательности. Так как a_5 и a_4 известны, то для получения значения начального члена a_1 последовательности также потребуется i= n-2 = 3 итерации.

Так, из $a_5 = a_4 + a_3 \Rightarrow a_3 = 7 - 5 = 2$. Тогда из $a_4 = a_3 + a_2 \Rightarrow a_2 = 5 - 2 = 3$. В итоге определим, что $a_1 = a_3 - a_2 = 2 - 3 = -1$. Получили отрицательное значение для a_1, что нарушает требование о натуральности членов последовательности. Поэтому равенство $5a_5 = 7a_4$ выполняться не может.

в) Пусть равенство $3n \cdot a_{n+1} = (n^2 - 1) \cdot a_n$ (1) выполняется. Тогда из (1): $a_n = \frac{3n \cdot a_{n+1}}{(n^2 - 1)}$. Поскольку последовательность $\{a_i\}$ возрастающая, необходимо, чтобы отношение $\frac{a_n}{a_{n+1}} < 1$ или $\frac{3n}{(n^2 - 1)} < 1$ (2) и $a_{n+1} - a_n < a_n$ (3). Неравенство (2) выполняется при любом натуральном $n \geq 4$. Из равенства (1) и неравенства (3) составим систему

$$\begin{cases} a_n = \dfrac{3n \cdot a_{n+1}}{(n^2-1)} \\ a_n > 0{,}5 \cdot a_{n+1} \end{cases}$$ из нее получим $\dfrac{3n \cdot a_{n+1}}{(n^2-1)} > 0{,}5 \cdot a_{n+1}$

После преобразований (с учетом, что $a_{n+1} > 0$) получим неравенство относительно n:

$n^2 - 6n - 1 < 0$. Решением данного неравенства будут натуральные числа из промежутка (4;6). Наибольшим натуральным числом из этого промежутка является n=5.

Ответ: а) да; **б)** нет; **в)** 3.