

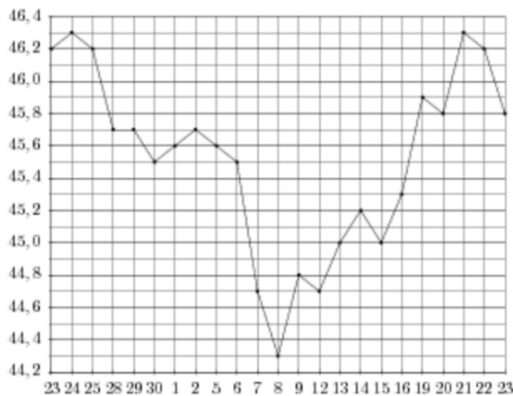
Часть 1.

1.

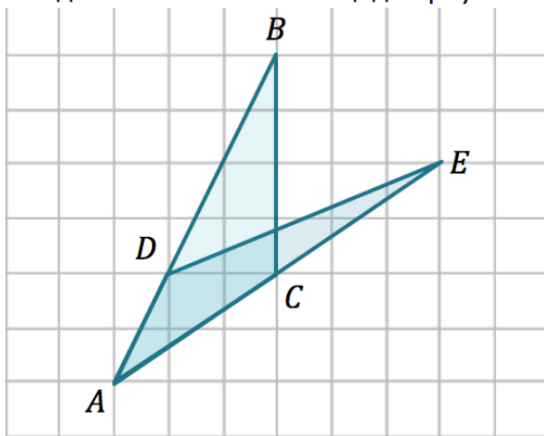
В книге Елены Молоховец «Подарок молодым хозяйкам» имеется рецепт пирога с черносливом. Для пирога на 8 человек следует взять $\frac{3}{4}$ фунта чернослива. Сколько граммов чернослива следует взять для пирога, рассчитанного на 5 человек? Считайте, что 1 фунт равен 0,4 кг. Ответ округлите до целого числа граммов.

2.

На рисунке жирными точками показан курс китайского юаня, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 23 сентября по 23 октября 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена китайского юаня в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Семен Семенович решил заработать на колебаниях курса юаня и купил 1000 юаней 8 октября. 19 октября он решил перестать играть на бирже. Какую максимальную сумму (в рублях) он мог заработать за это время?

**3.**

Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника ADE .



4.

Иван Иванович считает, что события «В огороде бузина» и «В Киеве дядька» независимы. Вероятность первого события равна $0,3$, вероятность второго — $0,4$. За последние три года почти ежедневных наблюдений (в течение каждого года наблюдения проводились 360 раз) оба события наблюдались совместно 270 раз. Какое предположение напрашивается?

Найдите вероятность того, что в огороде нет бузины, а в Киеве нет дядьки.

5.

Решите уравнение $\frac{x-2}{x+2} = \frac{x-2}{x^2-x-1}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

6.

Окружность, проходящая через вершины A и C треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно, а отрезки AN и CM пересекаются в точке K . Найдите $\angle AKC$, если $\angle ABC = 25^\circ$, $\angle MCN = 35^\circ$.

7.

При каком значении параметра a гипербола $y = \frac{16}{x}$ касается параболы $y = x^2 - a$.

8.

Радиус основания прямого цилиндра равен 13, высота равна 17. Отрезки $AB = 10$ и $CD = 24$ — параллельные хорды окружностей верхнего и нижнего оснований цилиндра соответственно, расположенные по разные стороны от оси цилиндра. Найти угол между сечением цилиндра плоскостью, проходящей через хорды AB и CD и плоскостью основания.

9.

Найдите значение выражения $\cos 2x + 5,5$, если $2 \sin^2 x - 5 \sin x + 2 = 0$. Если вы получите несколько значений, в ответ укажите большее из них.

10.

Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону $v(t) = 3 \sin \frac{\pi t}{4}$ (см/с), где t — время в секундах. Какую долю времени из первой секунды скорость движения превышала 1,5 см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

11.

Если двузначное число разделить на сумму его цифр, то в частном получится 3 и в остатке 5. Если же это число разделить на первую цифру, то получится в частном 12 и в остатке 2. Найти это число.

12.

Найти число целых точек, лежащих в области значений функции $y = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 5$, которые она принимает при $x \in [-3; 0]$.

Часть 2.

Задание 13.

а) Найдите все решения уравнения

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} \cos x\right) = -\frac{1}{2},$$

б) укажите корни, принадлежащие промежутку $[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}]$.

Задание 14.

Дана коробка в форме куба со стороной 8. Шар радиусом 2 касается его основания и двух соседних граней. Второй шар радиусом 3 касается двух других граней и первого шара.

Найдите высоту, на которой находится центр второго шара над плоскостью основания.

Задание 15.

Решите неравенство

$$\log_{1+\sqrt{2}}(x+4) + 2 \log_{3+2\sqrt{2}}(7-2x) + \log_{\sqrt{2}-1}(x^2-x-6) \leq 0$$

Задание 16.

Диагонали выпуклого четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке E , $AB = AD$, CA — биссектриса угла C , $\angle BAD = 140^\circ$, $\angle BEA = 110^\circ$.

а) Докажите, что около четырехугольника $ABCD$ можно описать окружность.

б) Найдите угол CDB .

Задание 17.

15-го мая планируется взять кредит в банке на 300 тысяч рублей на 21 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- с 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить одним платежом часть долга;

- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа 20-го месяца долг составит 100 тысяч рублей;
- к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

Задание 18.

Найдите все значения параметра p , при каждом из которых неравенство

$$(p - x^2)(p + x - 2) < 0$$

не содержит решений неравенства $x^2 \leq 1$.

Задание 19.

В двух школах писали тест. В каждой школе по крайней мере 2 учащихся, а суммарно тест писали 37 учащихся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл за тест был целым числом. После этого один из учащихся, писавших тест, перешел из школы №1 в школу №2, а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах.

а) Могло ли получиться, чтобы средний балл в первой школе уменьшился в 2 раза?

б) Средний балл в первой школе увеличился на 5%, во второй тоже увеличился на 5%. Могло ли быть такое, чтобы первоначальный балл во второй школе был равен 1?

в) Найдите минимально возможный первоначальный средний балл во второй школе, если после перехода ученика во вторую школу средний балл в первой школе увеличился на 5% и во второй увеличился на 5%.