Тренировочный вариант №26

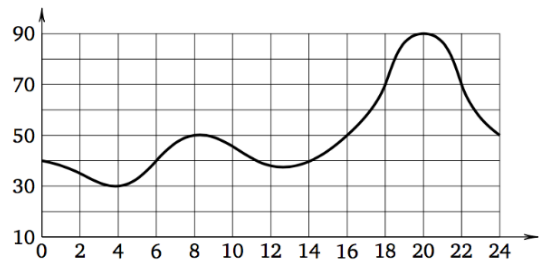
Часть 1.

1.

В мебельном магазине мебель можно купить в собранном виде или в разобранном. При покупке шкафа в разобранном виде дается скидка 10%. Покупатель может заказать сборку мебели на дому, стоимость которой составляет 10% от стоимости купленной мебели. Шкаф в собранном виде стоит 3500 руб. Покупатель решил купить шкаф в разобранном виде, и заказать его сборку на дому. Во сколько рублей обойдется ему эта покупка?

2.

На рисунке изображена потребляемая мощность электроэнергии в городе N в течение суток. По горизонтали указываются часы суток, по вертикали — мощность в мегаваттах. Какова разница между наибольшим и наименьшим значениями потребляемой мощности в период с 2 до 14 часов? Ответ дайте в мегаваттах.



3.

Найдите площадь треугольника ABC, заданного координатами своих вершин: $A(2;-1),\ B(6;2),\ C(9;-2)$.

4.

Магазин продает автомобильный фонари, изготовленные в городе А и в городе К. Известно, что процент брака фонарей, изготовленных в городе А равен 4%, а в городе К — 2%, и из всех фонарей, поступивших в продажу бракованных 3,8%.

С какой вероятностью купленный в магазине бракованный фонарь изготовлен в городе А? Результат округлите до сотых.

5.

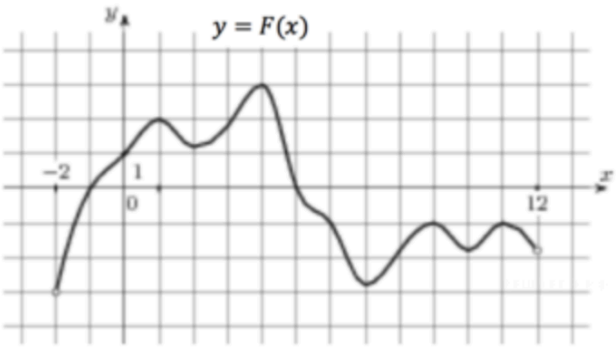
Найдите наибольший отрицательный корень уравнения $\sqrt{\sin x - \frac{1}{2}} \cdot (\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2}) = 0$. Ответ запишите в градусах.

6.

В трапеции $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке O. Площадь треугольника BOC равна 4, площадь треугольника AOB равна 5. Найдите площадь треугольника AOD.

7.

На рисунке изображён график функции $y = F(x)$ — одной из первообразных функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 5)$. Найдите сумму решений уравнения $f(x)=0$ на отрезке $[-1; 8]$.



8.

В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, объем которой равен 18, проведена диагональ A_1C_1 основания $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$. Точка K делит диагональ A_1C_1 в отношении $1:3$, считая от точки A_1. Найдите объем многогранника $ABFK$.

9.

Найдите наибольшее значение выражения $\sin x + \sqrt{3}\cos x$.

10.

Ученые определили, что количество тигров в популяции в некотором регионе уменьшается экспоненциально и описывается моделью $T = ka^t$, где a и k — константы, T — количество тигров в популяции через t лет после первого замера. Известно, что в 2015 году популяция насчитывала 10000 тигров, а в 2018 — уже 7290 тигров. Сколько тигров будет в популяции в 2020 году согласно этой модели? Ответ округлите до целого.

11.

Из А выехал первый велосипедист, а через 15 минут вслед за ним выехал второй, который догнал первого велосипедиста на расстоянии 10 км от А. Когда второй велосипедист проехал отметку 50 км от А, первый отставал от него на 20 км. Найдите скорость второго велосипедиста.

12.

Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{7^{x^2+3}}{7^{2x}}$.

Часть 2.

Задание **13.**

Найдите все решения уравнения

$$\cos(\frac{3x}{2}+\frac{\pi}{3})+\cos(\frac{9x}{2}+\frac{\pi}{6})=2\sin(\frac{3x}{2}-\frac{\pi}{8})\sin(\frac{5\pi}{8}-\frac{3x}{2}),$$

удовлетворяющие неравенству $\sin\frac{3x}{2}<0$.

Задание **14.**

В треугольной пирамиде $SABC$ плоские углы ABC и SAB прямые, двугранный угол между плоскостями ABS и ABC равен $arctg\frac{2\sqrt{10}}{3}$. Найдите длину высоты пирамиды, опущенной из вершины B на плоскость ASC, если $BC=7, AB=4.$

Задание **15.**

Решите неравенство

$$\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}}+\sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}}\le 1.$$

Задание **16.**

Трапеция $ABCD$ вписана в окружность w $(AD||BC)$. Окружности, вписанные в треугольники ABC и ABD, касаются оснований трапеции BC и AD в точках P и Q соответственно. Точки X и Y – середины дуг BC и AD соответственно.

а) Докажите, что расстояние между точками X и B равно расстоянию от точки X до центра окружности, вписанной в треугольник ABC.

б) Найдите угол между прямыми XP и YQ.

Задание **17.**

15-го апреля планируется взять в банке кредит на 600 тысяч рублей на (n+1) месяц.
Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- 15-го числа каждого с 1-го по n-й месяц долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа n-го месяца долг составлял 200 тысяч рублей;
- к 15-му числу (n+1)-го месяца долг должен быть погашен полностью.

Найдите n, если банку всего было выплачено 852 тысячи рублей.

Задание **18.**

Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} 2^{|x|} + |x| = y + x^2 + a \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

Задание **19.**

а) Представьте число $\frac{33}{100}$ в виде суммы нескольких дробей, все числители которых равны 1, а знаменатели – попарно различные натуральные числа.

б) Представьте число $\frac{15}{91}$ в виде суммы нескольких дробей, все числители которых равны единице, а знаменатели – попарно различные натуральные числа.

в) Найдите все возможные пары натуральных чисел *m* и *n*, для которых

$m \leq n$ и $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{14}$