

Тренировочный вариант №29

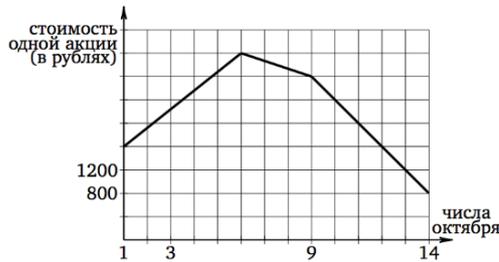
Часть 1.

1.

В трех ящиках было кофе. Если бы в из первого ящика переложили в третий 20,04 кг, и из второго в третий 12,004 кг, то во всех трех ящиках оказалось по 40 кг кофе. Найдите первоначальную массу кофе в каждом ящике. В ответ запишите меньшее число.

2.

На графике, изображённом на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций газодобывающей компании в первые две недели октября. Два друга — Виктор и Юрий — приобрели по 10 акций компании каждый: Виктор — 1 октября, а Юрий — 6 октября. Виктор продал свои акции 13 октября, а Юрий продал свои 12 октября. На сколько рублей убыток одного из друзей больше, чем убыток другого?



3.

Диагонали ромба относятся как 3:4. Найдите косинус тупого угла ромба.

4.

В классе 30 учеников. Вероятность того, что случайно выбранный ученик — мальчик, равна 0,6, вероятность того, что случайно выбранный ученик имеет темные волосы, равна 0,3, а всего в класс 6 темноволосых мальчиков. Найдите вероятность того, что случайно выбранный ученик — светловолосая девочка.

5.

Решите уравнение $\sqrt{\frac{x+3}{2x-1}} + \sqrt{\frac{2x-1}{x+3}} = 2$

6.

В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ длины диагоналей равны 8 и 12. Длины отрезков, соединяющих середины противоположных сторон четырехугольника $ABCD$ равны. Найдите площадь четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон четырехугольника $ABCD$.

7.

Касательная к графику функции $y = \frac{12}{\pi} \cdot \cos \frac{\pi x}{6}$ параллельна прямой $y = x - 12$. Найдите наибольшее отрицательное значение из всех возможных значений абсцисс точек касания.

8.

Клин вырезали из круглого цилиндра с радиусом 4 двумя плоскостями. Одна плоскость перпендикулярна оси цилиндра, другая плоскость пересекает первую под углом 30 градусов. Плоскости пересекаются по прямой, которая является касательной к боковой поверхности цилиндра. Найти объем этого клина. В ответе запишите $V \cdot \frac{\sqrt{3}}{\pi}$

9.

Найдите значение выражения $\sin 229^\circ \cos 259^\circ + \sin^2 19^\circ + 1$

10.

Два тела массой $m = 3$ кг каждое движутся с одинаковой скоростью $v = 12$ м/с под углом 2α друг к другу. Энергия (в джоулях), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении определяется выражением $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$. Под каким наименьшим углом 2α (в градусах) должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилось не менее 108 джоулей?

11.

Вторая бригада выполняет заказ на 1 час быстрее первой. Если бы производительность первой бригады была на 25% меньше, а второй на 40% больше, то вместе они выполнили бы заказ за 2 часа. За какой время выполняет заказ одна вторая бригада?

12.

Найдите наибольшее значение функции $y = ||x^2 - 6| - 2x|$ на отрезке $[-2; 1]$.

Часть 2.

Задание 13.

Решить уравнение:

$$27^{\arcsin x + 1/3} + 37 \cdot 3^{\arcsin x} = 31 \cdot 9^{\arcsin x} + 9$$

Задание 14.

Основанием пирамиды $SABC$ является правильный треугольник, длина стороны которого равна $\sqrt{3}$. Основанием высоты, опущенной из вершины S , является точка O , лежащая внутри треугольника ABC . Расстояние от точки O до стороны AC равно 1. Синус угла OBA относится к синусу угла OBC как 2 : 1. Площадь грани SAB равна $\sqrt{\frac{5}{6}}$.

а) Докажите, что площадь грани SAB относится к площади ее проекции на основание как $\sqrt{10} : 1$.

б) Найдите объем пирамиды.

Задание 15.

Решите неравенство

$$\left(1 - \frac{x}{2}\right) \log_{13-3 \cdot 2^x} 4 \leq 1$$

Задание 16.

Окружность с центром O_1 касается оснований BC и AD и боковой стороны AB трапеции $ABCD$. Окружность с центром O_2 касается сторон BC , CD и AD . Известно, что $AB = 30$, $BC = 24$, $CD = 50$, $AD = 74$.

а) Докажите, что прямая O_1O_2 параллельна основаниям трапеции $ABCD$.

б) Найдите O_1O_2 .

Задание 17.

15 июля планируется взять кредит на сумму 900 000 рублей. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить некоторую часть долга.

На какое минимальное количество месяцев можно взять кредит при условии, что ежемесячные выплаты не должны превышать 180 000 рублей?

Задание 18.

При каких значениях параметра a точка минимума функции

$$f(x) = x^3 + (3a + 3)x^2 + (3a^2 + 6a)x - 5a + 2$$

лежит на интервале $(a + 2; a + 8)$?

Задание 19.

На доске написано 11 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое шести наименьших из них равно 5, а среднее арифметическое шести наибольших из них равно 15.

а) Может ли наименьшее из этих одиннадцати чисел равняться 3?

б) Может ли среднее арифметическое всех одиннадцати чисел равняться 9?

в) Пусть B – шестое по величине число, а S – среднее арифметическое всех одиннадцати чисел.

Найдите наибольшее значение выражения $S - B$.