

## Тренировочный вариант №30

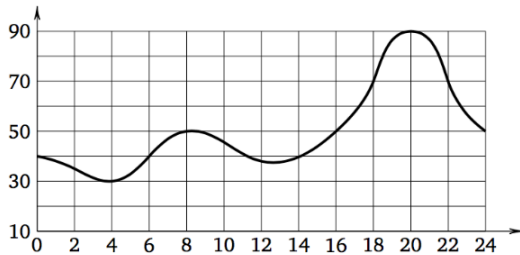
### Часть 1.

**1.**

Букинистический магазин продал книгу со скидкой 10% с назначенной цены и получил при этом 8% прибыли. Сколько процентов прибыли первоначально предполагал получить магазин?

**2.**

На рисунке изображена потребляемая мощность электроэнергии в городе N в течение суток. По горизонтали указываются часы суток, по вертикали — мощность в мегаваттах. Какова разница между наибольшим и наименьшим значениями потребляемой мощности в период с 2 до 14 часов? Ответ дайте в мегаваттах.



**3.**

Найдите площадь правильного 12-ти угольника, если радиус описанной около него окружности равен 6.

**4.**

В коробке 9 синих и 16 красных карандашей. Из коробки не глядя вынимается два карандаша. Найдите вероятность того, что оба карандаша синие.

**5.**

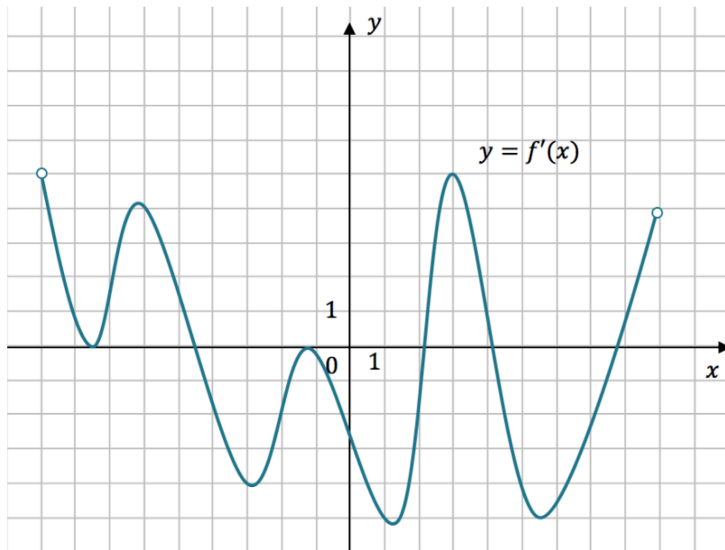
Решите уравнение  $3^{\log_3 \log_5 (3 \cdot 5^x - 10)} = x$

**6.**

Две окружности касаются в точке  $A$ . К ним проведена общая (внешняя) касательная, касающаяся окружностей в точках  $C$  и  $B$ . Найдите угол  $CAB$ .

**7.**

На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-9; 9)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$  на отрезке  $[-8; 8]$ .



**8.**

Боковые грани 11-угольной пирамиды наклонены к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды, если площадь основания равна 120.

**9.**

Найдите значение выражения  $\sqrt{(3^{\log_7 \frac{1}{4}})^{\log_3 7}}$ .

**10.**

Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности  $In$ , оперативности  $Op$ , объективности публикаций  $Tr$ , а также качества сайта  $Q$ . Каждый отдельный показатель – целое число от 0 до 4.

Составители рейтинга считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций – впятеро дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид  $R = \frac{5In + Op + 4Tr + Q}{A}$ .

Если по всем четырем показателям какое-то издание получило одну и ту же оценку, то рейтинг должен совпадать с этой оценкой. Найдите число  $A$ , при котором это условие будет выполняться.

**11.**

В сплав магния и алюминия, содержащий 22 кг алюминия добавили 15 кг магния, после чего содержание магния в сплаве повысилось на 33%. Сколько весил сплав первоначально?

**12.**

Найдите наибольшее значения функции  $y = \sqrt[5]{9x - 4} \cdot \log_7(2x - 1)$  на отрезке  $[-2; 4]$ .

Часть 2.

**Задание 13.**

а) Найдите все решения уравнения

$$3 \cdot 64^{2 \sin^2(x + \frac{\pi}{4})} - 392 \cdot 8^{\sin 2x} + 16 = 0$$

б) Укажите корни, принадлежащие промежутку  $[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}]$ .

**Задание 14.**

Основание  $ABCD$  параллелепипеда  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  - квадрат. Боковые грани - ромбы, а ортогональная проекция вершины  $C_1$  на плоскость основания совпадает с точкой пересечения диагоналей основания  $ABCD$ .

а) Докажите, что  $AA_1 \perp AC_1$ .

б) Найдите расстояние между прямыми  $AA_1$  и  $BC$ , если  $AB = \sqrt{6}$ .

**Задание 15.**

Решите неравенство

$$(x^2 - \log_2(\frac{3^x}{5}) - \log_3(5^x)) \cdot \log_5(125 \cdot 25^{x-3}) < 0$$

**Задание 16.**

В треугольнике  $ABC$  точка  $O$  - центр описанной окружности, точка  $R$  лежит на отрезке  $BC$  и  $BR = RC$ . Описанная около треугольника  $BRO$  окружность пересекает  $AB$  в точке  $T$ .

а) Докажите, что  $\angle BTR = \angle BOR$ .

б) Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $\angle BOR = 30^\circ$ ,  $RT = 8$ ,  $BT = 6$ .

**Задание 17.**

Производство  $x$  тыс. единиц продукции обходится в  $q = 0,5x^2 + 2x + 5$  млн. рублей в год.

При цене  $p$  тыс. рублей за единицу продукции годовая прибыль от продажи этой продукции (в млн. рублей) составляет  $px - q$ . Завод выпускает продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении  $p$  через четыре года суммарная прибыль составит не менее 52 млн рублей?

**Задание 18.**

При каких значениях параметра  $a$  уравнение

$$2 \cos^2(2^{2x-x^2}) = a + \sqrt{3} \sin(2^{2x-x^2+1})$$

имеет хотя бы одно решение?

**Задание 19.**

Саша берёт пять различных натуральных чисел и проделывает с ними следующие операции: сначала вычисляет среднее арифметическое первых двух чисел, затем среднее арифметическое результата и третьего числа, потом среднее арифметическое полученного результата и четвёртого числа, потом среднее арифметическое полученного результата и пятого числа — число  $A$ .

- а) Может ли число  $A$  равняться среднему арифметическому начальных пяти чисел?
- б) Может ли число  $A$  быть больше среднего арифметического начальных чисел в пять раз?
- в) В какое наибольшее целое число раз число  $A$  может быть больше среднего арифметического начальных пяти чисел?