Тренировочный вариант №31

Часть 1.

1.

В одной ёмкости было 100 л молока, а в другой — 90 л растительного масла. Молоко и масло решили разлить в одинаковые сосуды. Когда сосуды заполнили, оказалось, что в первой емкости осталось 4 литра молока, а во второй 18 литров масла. Найдите объем сосудов.

2.

На графике, изображённом на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций нефтеперерабатывающей компании в первые две недели октября. 1 октября бизнесмен приобрёл 10 акций этой компании. 3 из них он продал 12 октября, а 14 октября продал остальные 7. Сколько рублей потерял бизнесмен в результате этих операций?

3.

Найдите площадь треугольника, ограниченного осью абсцисс и прямыми $y = \frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$ и $y = 9 - x$.

4.

Игральный кубик бросают трижды. Найдите вероятность того, что выпадет не больше 15 очков. Результат округлите до сотых.

5.

Решите уравнение: $\sin\frac{\pi x}{3} \cdot \cos\frac{\pi x}{3} = \frac{1}{4}$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

6.

Две пересекающиеся окружности имеют общую хорду. Центры окружностей расположены по одну сторону от общей хорды. Хорда является стороной правильного треугольника, вписанного в меньшую окружность и стороной квадрата, вписанного в большую окружность. Найдите отношение квадрата радиуса большей окружности к квадрату радиуса меньшей.

7.

Прямая $y = 5x + 5$ является касательной к графику функции $y = 8x^2 + 29x + c^2 - 4$. Найдите ординату точки касания.

8.

Из конуса, описанного около правильной четырехугольной пирамиды вырезали конус, вписанный в эту пирамиду. Найдите объем получившейся фигуры, если сторона основания пирамиды равна 4, боковое ребро равно $\sqrt{17}$. В ответе запишите $\frac{V}{\pi}$.

9.

Найдите значения выражения $log_2(\cos\alpha + \sin\alpha) + log_2(\cos\alpha - \sin\alpha)$, если $\cos 2\alpha = \frac{1}{4}$

10.

После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время *t* падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где *h* — расстояние в метрах, *t* — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 1,4 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,2 с? Ответ выразите в метрах.

11.

Из двух пунктов, расстояние между которыми 100 км, выехали одновременно навстречу друг другу два велосипедиста со скоростью 15 км/ч и 10 км/ч. Вместе с первым велосипедистом выбежала собака со скоростью 20 км/ч. Встретив второго велосипедиста, собака повернула обратно и побежала навстречу первому велосипедисту. Встретив первого велосипедиста, она снова повернула. Собака бегала между велосипедистами до тех пор, пока велосипедисты не встретились. Сколько километров пробежала собака?

12.

Найдите наименьшее значение площади треугольника AOB, если точка O лежит в начале координат, точка A лежит на графике функции $y = \sqrt[4]{x^2 - 6x + 13}$, точка B лежит на оси OX и абсцисса точки B равна ординате точки A.

Часть 2.
Задание **13.**

Найдите все значения x, при которых числа

$$\sqrt[3]{5}^{3\cos(5x+\frac{3\pi}{4})}, \ \left(\frac{1}{5}\right)^{\cos(3x+\frac{\pi}{4})}, \ 5^{\cos(x-\frac{\pi}{4})}$$

в указанном порядке составляют возрастающую геометрическую прогрессию.

Задание **14.**

Точка K лежит на стороне AB основания $ABCD$ правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ все ребра которой равны. Плоскость α проходит через точку K параллельно плоскости ASD. Сечение пирамиды плоскостью α - четырехугольник, в который можно вписать окружность

а) Докажите, что $BK = 2AK$.

б) Найдите расстояние от вершины S до плоскости α, если все ребра пирамиды равны 1.

Задание **15.**

Решите неравенство

$$2log_7(x\sqrt{2}) - log_7(\frac{x}{1-x}) \leq log_7(8x^2 + \frac{1}{x} - 5)$$

Задание **16.**

Через точку C проведены две прямые, касающиеся окружности в точках A и B. На большей из дуг AB взята точка D.

а) Докажите, что расстояние от точки D до хорды AB равно среднему геометрическому расстояний от точки D до касательных AC и BC.

б) Найдите расстояние от точки D до хорды AB, если известно, что $\sin(\angle ACD) \cdot \sin(\angle BCD) = \frac{1}{3}$ и $CD = 2$

Задание **17.**

В контейнер упакованы комплектующие изделия трёх типов. Стоимость и вес одного изделия составляют 400 тыс. руб. и 12 кг для первого типа, 500 тыс. руб. и 16 кг для второго типа, 600 тыс. руб. и 15 кг для третьего типа. Общий вес комплектующих равен 326 кг. Определить максимальную возможную суммарную стоимость находящихся в контейнере комплектующих изделий.

Задание **18.**

Найдите все значения параметра s, при каждом из которых корни уравнений

$x^2 + \frac{3x}{s} + 2s = 0$ и $x^2 + \frac{12x}{s} - s = 0$

не чередуются, то есть оба уравнения имеют по два корня и между корнями одного из уравнений нет корня другого уравнения.

Задание **19.**

а) Можно ли вычеркнуть несколько цифр из числа 123456789 так, чтобы получилось число, кратное 72?

б) Можно ли вычеркнуть несколько цифр из числа 846927531 так, чтобы получилось число, кратное 72?

в) Какое наибольшее количество цифр можно вычеркнуть из числа 124875963 так, чтобы получилось число, кратное 72?