Тренировочный вариант №32

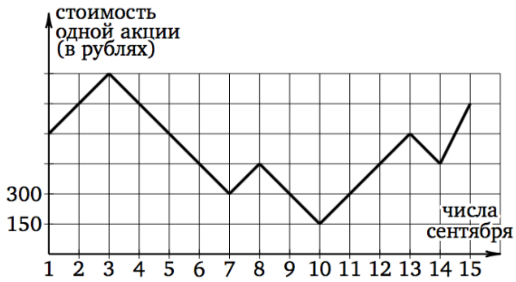
Часть 1.

1.

В тире действует правило: при покупке 5 выстрелов за каждое попадание в цель дается дополнительно 2 бесплатных выстрела. Вася сделал 17 выстрелов. Сколько раз он попал в цель?

2.

На графике, изображённом на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций нефтедобывающей компании в первой половине сентября. На сколько процентов максимальная стоимость акций больше минимальной?



3.

Внутренний угол правильного n-угольника относится к внешнему как 13:2. Найдите число сторон многоугольника.

4.

Монету бросают 10 раз. Во сколько раз число исходов, благоприятствующих событию «орел выпадет 5 раз» больше числа исходов, благоприятствующих событию «решка выпадет 7 раз»?

5.

Решите уравнение $|2x+5| = 3x-1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите произведение корней.

6.

В трапеции *ABCD* биссектрисы внешних углов при вершинах *A* и *B* пересекаются в точке *M*, а биссектрисы внешних углов при вершинах *C* и *D* пересекаются в точке *N*. Найдите периметр трапеции, если *MN=12*.

7.

Известно, что $f'(x_1) = 2$; $f'(x_2) = 3$. Найдите тангенс острого угла между касательными, проведенными к графику функции $y = f(x)$ в точках x_1 и x_2. Результат округлите до сотых.

8.

В основании четырехугольной пирамиды *SABCD* лежит параллелограмм *ABCD*. На боковом ребре *AS* выбрана точка *M* так, что *AM:MS=2:5*. Точка *K* — середина ребра *AB*. Найдите объем пирамиды *AKCM,* если объем пирамиды *SABCD* равен 49.

9.

Найдите значение выражения $11\sin\frac{5\pi}{12}\sin\frac{\pi}{12}$.

10.

При движении ракеты ее видимая для неподвижного наблюдателя длина, измеряемая в метрах, сокращается по закону $l = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$, где $l_0 = 10$ м — длина покоящейся ракеты, $c = 3\cdot 10^5$ км/с — скорость света, а v — скорость ракеты (в км/с). Какова должна быть минимальная скорость ракеты, чтобы ее наблюдаемая длина стала не более 6 м? Ответ выразите в км/с.

11.

Три ящика наполнены орехами. Во втором ящике на 10% орехов больше, чем в первом и на 30% больше, чем во третьем. Сколько орехов в третьем ящике, если в нем на 80 орехов меньше, чем в первом?

12.

Найдите наименьшее значение выражения $2^{x^2+y^2-2x-2y}$.

Часть 2.

Задание **13.**

Решите уравнение

$\frac{x}{21} = (\frac{3}{7})^{log_x 9}$.

Задание **14.**

Дана правильная четырехугольная призма $ABCDA_1B_1C_1D_1$ со стороной основания $\sqrt{2}$ и боковым ребром 2. Точки M и N - середины боковых ребер A_1B_1 и CC_1 соответственно.

а) Докажите, что $MN \perp BC_1$.

б) Найдите расстояние от точки M до плоскости BC_1D.

Задание **15.**

Решите неравенство

$$(2x+1)(2+\sqrt{(2x+1)^2+3})+3x(2+\sqrt{9x^2+3})<0.$$

Задание **16.**

В треугольник ABC со сторонами $BC=6,\ AC=10$ и $AB=12$ вписана окружность. Касательная к окружности пересекает стороны AB и AC в точках M и N соответственно. Точка K – точка касания окружности со стороной AB.

а) Докажите, что длина отрезка AK равна разности полупериметра треугольника ABC и стороны BC.

б) Найдите периметр треугольника AMN.

Задание **17.**

1 марта високосного года Елена взяла в банке кредит на сумму 1 000 000 рублей под 24% годовых сроком на 5 месяцев на условиях погашения кредита дифференцированными платежами. Это означает, что до 1 числа каждого следующего за мартом месяца она вносит в банк платеж, состоящий из 1/5 части долга (т. е. 200 000 рублей) и процентов, которые начисляются с учётом числа дней соответствующего месяца (всего 5 платежей). Найдите сумму всех выплат по кредиту. Укажите сумму с точностью до копеек.

Задание **18.**

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases}|(4y-|x|-8)|+2|x|-16=0\\ x^2+y^2-2y+1=a\end{cases}$$

имеет 3 решения.

Задание **19.**

В двух школах писали тест. В каждой школе по крайней мере 2 учащихся, а суммарно тест писали 37 учащихся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл за тест был целым числом. После этого один из учащихся, писавших тест, перешел из школы №1 в школу №2, а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах.

а) Могло ли получится, чтобы средний балл в первой школе уменьшился в 2 раза?

б) Средний балл в первой школе увеличился на 5%, во второй тоже увеличился на 5%. Могло ли быть такое, чтобы первоначальный балл во второй школе был равен 1?

в) Найдите минимально возможный первоначальный средний балл во второй школе, если после перехода ученика во вторую школу средний балл в первой школе увеличился на 5% и во второй увеличился на 5%.