Ответы к тренировочному варианту №35

1. 6
2. 5
3. 90
4. 0,9375
5. -3
6. 18
7. 0,05
8. 180
9. -0,6
10. 10
11. 280
12. 0,5

13. $\boldsymbol{a})\ -\frac{\pi}{3}+2\pi n; 2\pi n,\ n\in Z$ б) $-2\pi; -\frac{7\pi}{3}$

14. $\mathbf{95:169}$

15. $(-4;-3)\cup\{-2,5\}\cup(-2;-1)$

16. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

17. *а)* $\mathbf{3480000}$*; б)* $\mathbf{3000000}$

18. $(-\infty;-\frac{1}{4})\cup(-\frac{1}{4};0)\cup(0;\frac{1}{4})\cup(\frac{1}{4};\infty)$

19.

Решение. Согласно условию, данное трехзначное число abc не делится на 100. Тогда $1\le a\le 9$, а цифры b и c не равны 0 одновременно.

а) Допустим, что это возможно. Тогда представим число abc в виде разрядных слагаемых: $abc = a\cdot 100 + b\cdot 10 + c$. Пусть частное числа abc и суммы его цифр равно 82:

$$\frac{a\cdot 100+b\cdot 10+c}{a+b+c}=1+\frac{99\cdot a+9\cdot b}{a+b+c}=82 \iff \frac{99\cdot a+9\cdot b}{a+b+c}=81.$$

Из этого уравнения следует: $99\cdot a + 9\cdot b = 81\cdot(a+b+c) \iff 2\cdot a = 8\cdot b + 9\cdot c$.

С учетом ограничений для a,b,c получим решение этого уравнения: $a=9;\ b=0;\ c=2$. Действительно, частное числа 902 и 11 равно 82. Значит, *да*, это возможно.

б) Допустим, что это возможно. Тогда представим число abc в виде разрядных слагаемых: $abc = a\cdot 100 + b\cdot 10 + c$. Тогда частное этого числа и суммы его цифр равно 83:

$$\frac{a\cdot 100+b\cdot 10+c}{a+b+c}=1+\frac{99\cdot a+9\cdot b}{a+b+c}=83 \iff \frac{99\cdot a+9\cdot b}{a+b+c}=82.$$

Из этого уравнения следует: $99\cdot a + 9\cdot b = 82\cdot(a+b+c) \iff 17\cdot a = 73\cdot b + 82\cdot c$.

Это уравнение не имеет решений кроме нулевых, что не допустимо по условию. Значит, *нет*, это невозможно.

в) Для данного составного трехзначного натурального числа abc требуется найти такое наибольшее натуральное *M*, что $M = \frac{100\cdot a+10\cdot b+c}{a+b+c}$. По смыслу задачи, число М – это наибольший делитель числа abc и $M > a+b+c$. Получим следующее уравнение:

$$(100-M)\cdot a + (10-M)\cdot b + (1-M)\cdot c = 0,\text{где } M\in N,\ 1\le a\le 9 \quad (1).$$

Для решения уравнения (1) в натуральных числах укажем очевидные ограничения:

$1 \le a + b + c \le 27$ и $10 < M < 100$ (оценки для М следуют из того, что если наибольший делитель будет меньше 10 (М < 10), то число abc не будет трехзначным и получим противоречие. При М ≥ 100 левая часть уравнения (1) будет отрицательна и уравнение не будет иметь решений в натуральных числах). И окончательная оценка для М: $27 < M < 100$.

Решим уравнение (1) при этих ограничениях. Пусть $c = 0$, тогда М=$10a + b$, откуда следует, что $10 \cdot (10a + b) = M \cdot (a + b)$. Так как $M \neq 10$, получим, что $a + b$=10, где $a \neq 0$.

Тогда и $b \neq 0$, потому что уже c=0. Наименьшее $b \neq 0$ - это число b=1. Поэтому из равенства $a + b$=10 получим, что a=9. Получили, что М=91 или М=$\frac{910}{10}$= 91.

Ответ: а) да; **б)** нет; **в)** 91.