

Тренировочный вариант №36

Часть 1.

1.

Апельсины в магазине стоили 60 руб за кг. Евлампия купила 5 кг апельсинов с 15% скидкой. Дома оказалось, что 14% из них испорченные, но остальных как раз хватило для Большой Цитрусовой вечеринки, которую Евлампия устраивала для подруг. Если бы Евлампия купила апельсинов ровно столько, сколько ей в результате понадобилось для вечеринки, пусть без скидки, зато все хорошие — она сэкономила бы или потратила бы лишнего? Какую именно сумму?

2.

Индекс уровня продолжительности жизни (Life Expectancy Index) — это основной показатель средней ожидаемой продолжительности жизни в странах мира. Эта таблица содержит актуальный (периодически обновляемый) список стран и территорий мира, упорядоченных по уровню продолжительности жизни, представленному для всего населения. Последние данные представлены по состоянию на 2017 год (опубликованы в 2018 году). Найдите на сколько процентов ожидаемая продолжительность жизни в России меньше, чем средняя ожидаемая продолжительность в странах, находящихся в первых 5 строчках таблицы. Ответ округлите до целого числа.

УРОВЕНЬ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ ЖИЗНИ В СТРАНАХ МИРА

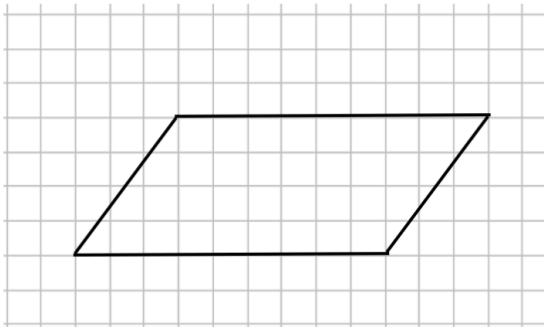
United Nations Development Programme: Life
Expectancy Index 2018.

РЕЙТИНГ	СТРАНА	ИНДЕКС						
1	Гонконг	84.1	21	Ирландия	81.6	41	Доминика	78.0
2	Япония	83.9	22	Финляндия	81.5	42	Хорватия	77.8
3	Швейцария	83.5	23	Греция	81.4	43	Польша	77.8
4	Испания	83.3	24	Португалия	81.4	44	Эстония	77.7
5	Италия	83.2	25	Бельгия	81.3	45	Мальдивы	77.6
6	Сингапур	83.2	26	Германия	81.2	46	Уругвай	77.6
7	Австралия	83.1	27	Словения	81.1	47	Бруней	77.4
8	Исландия	82.9	28	Мальта	81.0	48	Объединённые Арабские Эмираты	77.4
9	Франция	82.7	29	Дания	80.9	49	Мексика	77.3
10	Израиль	82.7	30	Кипр	80.7	50	Черногория	77.3
11	Швеция	82.6	31	Лихтенштейн	80.4	51	Оман	77.3
12	Канада	82.5	32	Коста-Рика	80.0	52	Босния и Герцеговина	77.1
13	Южная Корея	82.4	33	Куба	79.9	53	Бахрейн	77.0
14	Норвегия	82.3	34	Ливан	79.8	54	Словакия	77.0
15	Люксембург	82.0	35	Чили	79.7	55	Аргентина	76.7
16	Нидерланды	82.0	36	Соединённые Штаты Америки	79.5	56	Эквадор	76.6
17	Новая Зеландия	82.0	37	Чехия	78.9	57	Антигуа и Барбуда	76.5
18	Австрия	81.8	38	Албания	78.5	58	Вьетнам	76.5
19	Андорра	81.7	39	Катар	78.3	59	Китай	76.4
20	Великобритания	81.7	40	Панама	78.2	60	Алжир	76.3

61	Иран	76.2	81	Маврикий	74.9	101	Сент-Винсент	73.3
62	Барбадос	76.1	82	Армения	74.8	102	Парагвай	73.2
63	Венгрия	76.1	83	Кувейт	74.8	103	Тонга	73.2
64	Ямайка	76.1	84	Литва	74.8	104	Беларусь	73.1
65	Марокко	76.1	85	Латвия	74.7	105	Кабо-Верде	73.0
66	Турция	76.0	86	Саудовская Аравия	74.7	106	Бангладеш	72.8
67	Македония	75.9	87	Венесуэла	74.7	107	Вануату	72.3
68	Тунис	75.9	88	Колумбия	74.6	108	Азербайджан	72.1
69	Багамские Острова	75.8	89	Иордания	74.5	109	Ливия	72.1
70	Бразилия	75.7	90	Сент-Китс и Невис	74.4	110	Украина	72.1
71	Никарагуа	75.7	91	Доминикана	74.0	111	Южная Корея	71.9
72	Сент-Люсия	75.7	92	Сальвадор	73.8	112	Египет	71.7
73	Румыния	75.6	93	Гренада	73.8	113	Молдова	71.7
74	Малайзия	75.5	94	Гондурас	73.8	114	Суринам	71.5
75	Шри-Ланка	75.5	95	Гватемала	73.7	115	Узбекистан	71.4
76	Таиланд	75.5	96	Сейшельские Острова	73.7	116	Россия	71.2
77	Сербия	75.3	97	Маршалловы Острова	73.6	117	Таджикистан	71.2
78	Перу	75.2	98	Палестина	73.6	118	Кыргызстан	71.1
79	Самоа	75.2	99	Грузия	73.4	119	Соломоновы Острова	71.0
80	Болгария	74.9	100	Палау	73.4	120	Сирия	71.0

3.

Найдите большую высоту параллелограмма, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в сантиметрах.



4.

Стрелок стреляет по мишени. Вероятность попадания в каждом броске равна $0,3$. Какова вероятность, что стрелок попадет ровно три раза из четырех попыток?

5.

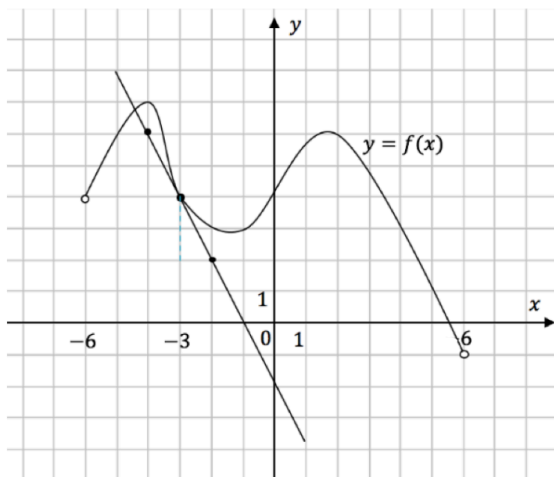
Решите уравнение $\log_{\pi}(2 - x) = x - 1$

6.

В треугольнике ABC со сторонами $AB = 7$; $BC = 5$ и $AC = 8$ проведены высоты AM и CN . Найдите MN . В ответе запишите $7 \cdot MN$

7.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 6)$, и касательная к нему в точке с абсциссой $x_0 = -3$. Найдите производную функции $y = f^2(x) + \sqrt{f(x)}$ в точке $x_0 = -3$.



8.

Сфера радиуса 1,5 описана около прямоугольного параллелепипеда, у которого сумма ребер, выходящих из одной вершины равна 5. Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.

9.

Найдите значение выражения $2 \cos^2(x + \frac{\pi}{4})$, если известно, что $\sin 2x = 0,4$.

10.

На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет форму сферы, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле:

$F_A = \alpha \rho g r^3$, где $\alpha = 4,2$ — постоянная, r — радиус аппарата в метрах, $\rho = 1000$ кг/м³ — плотность воды, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ Н/кг).

Каков может быть максимальный радиус аппарата, чтобы выталкивающая сила при погружении была не больше, чем 141750 Н? Ответ выразите в метрах.

11.

Два тела движутся по окружности равномерно в одну сторону. Первое тело проходит окружность на 2 сек быстрее второго и догоняет второе тело каждые 12 сек. За сколько секунд первое тело проходит окружность?

12.

Найдите количество целых значений x , принадлежащих интервалам убывания функции $f(x) = -2x^3 - \frac{54}{x}$ и находящихся на отрезке $[-5; 5]$.

Часть 2.

Задание 13.

Решите уравнение

$$\log_{5-x^2} \frac{3 \sin 2x - 2 \sin x}{\sin 2x \cos x} = \log_{5-x^2} 2$$

Задание 14.

Диаметр окружности основания цилиндра равен 20, образующая цилиндра равна 28. Плоскость α пересекает его основания по хордам длины 12 и 16.

а) Пусть M и N — середины этих хорд, P — точка пересечения прямой MN с осью цилиндра. Докажите, что расстояния от точки P до плоскостей основания цилиндра относятся как 3 : 4.

б) Найдите тангенс угла между плоскостью α и плоскостью основания цилиндра.

Задание 15.

Решите неравенство

$$\frac{1}{4} \cdot x^{\frac{1}{2} \log_2 x} \geq 2^{\frac{1}{4} \log_2^2 x}$$

Задание 16.

Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Точки M и N лежат на сторонах AB и CD соответственно, причём отрезок MN параллелен основаниям трапеции. Диагональ AC пересекает этот отрезок в точке O . Известно, что площади треугольников AMO и CNO равны.

а) Докажите, что $CM \parallel AN$.

б) Найдите MN , если $AD = a$ и $BC = b$.

Задание 17.

В июле 2019 года планируется взять кредит в банке в размере S тыс. рублей (где S — натуральное число) сроком на 3 года. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 17,5% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2019	Июль 2020	Июль 2021	Июль 2022
Долг (в тыс. рублей)	S	$0,9S$	$0,4S$	0

Найдите наименьшее значение S , при котором каждая из выплат будет составлять целое число тысяч рублей.

Задание 18.

При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} x^3 - (a + 3)x^2 + (3a + 2)x - 2a \geq 0 \\ x^3 - (a + 3)x^2 + 3ax \leq 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение?

Задание 19.

- а) Существует ли такое кратное 11 трехзначное число, у которого вторая цифра равна половине произведения двух других его цифр?
- б) Существует ли такое кратное 11 трехзначное число, у которого сумма всех цифр равна 9?
- в) Найдите наименьшее кратное 11 восьмизначное число, среди цифр которого по одному разу встречаются цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 9. Ответ обоснуйте.