Ответы к тренировочному варианту №38

Часть 1.

1. 21
2. 470
3. 4
4. 28
5. -1
6. 6
7. 1
8. 40
9. 1
10. 0,72
11. 70
12. 36
13. а) $-\frac{\pi}{4}+\pi n,\ n\in Z$ б) $-\frac{41\pi}{4}$
14. $\sqrt{3}$
15. $\left[-7;-\sqrt{\frac{17}{2}}\right)$
16. $1+\sqrt{3}$
17. 396 000
18. $(-2;2)$
19. а) 132; б) отрицательных; в) 60.

Решение.

а) Пусть на доске написано m положительных чисел, n отрицательных, и k нулей. Тогда из условия получаем равенство: $-7\cdot(m + n + k) = 11m - 22n + 0\cdot k = 11\cdot(m - 2n)$.
Таким образом, число $\{-7\cdot(m+n+k)\}$ делится на 11, а значит и число $m+n+k$ делится на 11.

Так как это число лежит в интервале целых чисел: $122 < m+n+k \leq 134$, получаем что на доске написано $m+n+k = 11\cdot 12 = 132$ целых чисел.

б) Из равенства $-7\cdot(m + n + k) = 11\cdot(m - 22n)$ получаем и решаем систему:

$$\begin{cases} 15n - 18m = 7k \\ 7k \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow\ 15n \geq 18m \ \Leftrightarrow\ n > m.$$

Следовательно, отрицательных чисел больше.

в) Используя равенства $m + n + k = 132$ и $-7\cdot(m + n + k) = 11\cdot(m - 22n)$, получаем, что $m + n \leq 132$ (1) и $n = 0{,}5m + 42$. Подставляя выражение для m в неравенство (1), получим, что $m \leq 60$.

Докажем, что m может равняться 60. Действительно, пусть на доске 60 раз написано число 11 и 72 раза написано число -22. Тогда все условия выполняются.