Тренировочный вариант №40

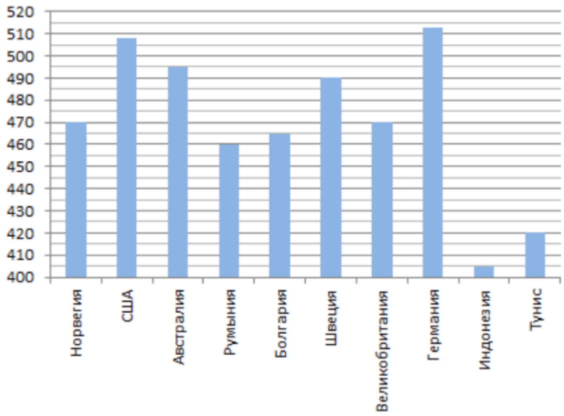
Часть 1.

1.

Найти разность квадратов суммы кубов чисел 2 и 3 и куба их суммы.

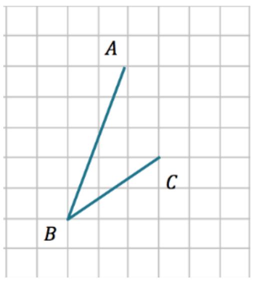
2.

На диаграмме показан средний балл участников 10 стран в тестировании учащихся 8-го класса по математике в 2007 году (по 1000-балльной шкале). Насколько процентов средний балл участников из Швеции больше, чем участников из Румынии. Результат округлите до целого числа процентов.



3.

Найдите тангенс угла ABC.



4.

Стрелок производит выстрел в центр квадратной мишени с диагональю 2 м. Какова вероятность попасть в мишень, если пуля может отклониться от центра в случайном направлении и попасть в случайную точку квадрата или рядом с ним, но не дальше одного метра от цента мишени. Результат округлите до тысячных.

5.

Решите уравнение $x^3 + x - 2 = 0$ Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший корень.

6.

Через вершины A и C треугольника ABC проведена окружность, пересекающая стороны AB и BC в точках K и L соотвественно. Известно, что $BK = 5,\ BL = 2,\ AB = 8$. Найдите длину стороны BC.

7.

Тело массой 8 кг движется прямолинейно по закону $s = 2t^2 + 3t - 1$. Найти кинетическую энергию тела $\left(\frac{mv^2}{2}\right)$ через 3 секунды после начала движения.

8.

В треугольную пирамиду с высотой 27 вписан конус. Известно, что боковые грани пирамиды наклонены к плоскости основания под одинаковым углом. Найдите объем конуса, если стороны основания пирамиды равны 13, 20, 21. В ответе запишите $\frac{V}{\pi}$.

9.

Найдите значение выражения $\log_{abc} x$, если $\log_a x = 2,\ \ \log_b x = 3,\ \ \log_c x = 6$

10.

Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объем и давление связаны соотношением $pV^{1,4} = const$, где *p* (атм.) — давление в газе, *V* — объем газа в литрах. Изначально объем газа равен 64 л, а его давление равно одной атмосфере. В соответствии с техническими характеристиками поршень насоса выдерживает давление не более 128 атмосфер. Определите, до какого минимального объема можно сжать газ. Ответ выразите в литрах.

11.

Цена первого товара на 10% больше цены второго товара. На второй товар цена вначале поднялась на 21%, а потом еще раз поднялась на 25%. На сколько процентов требуется поднять цену первого товара, чтобы цены обоих товаров стали одинаковыми?

12.

Найдите число критических точек функции $y = \cos^2 2x$ на интервале $(0;\pi]$.

Часть 2.

Задание **13**.

а) Решите уравнение

$$\lg^2(x+2)\lg(9x+28)+2\lg^2(9x+28)\lg(x+2) = \lg^3(9x+28)+2\lg^3(x+2)$$

б) Укажите корни уравнения, принадлежащие промежутку $[-1,8;8,5]$.

Задание **14**.

Боковая грань правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ с вершиной S образует с плоскостью основания угол 45°. Точка M - середина бокового ребра SD.

а) Докажите, что противоположные боковые грани пирамиды перпендикулярны.

б) Найдите расстояние между прямыми AB и CM, если стороны основания равны $\sqrt{2}$.

Задание **15**.

Решите неравенство

$$x^2\log_4^2 x + 10\log_3^2 x \le x\log_4 x \cdot \log_3 x^7$$

Задание **16**.

Окружности w_1 и w_2 с центрами в точках O_1 и O_2 касаются внешним образом в точке A. Общая внешняя касательная к этим окружностям касается w_1 и w_2 соответственно в точках B_1 и B_2. Общая касательная к окружностям, проходящая через точку A, пересекает отрезок B_1B_2 в точке C. Прямая, делящая угол ACO_2 пополам, пересекает прямые O_1B_1, O_1O_2, O_2B_2 в точках $D_1,\ L,\ D_2$ соответственно. Известно, что $CD_1 = CO_1$.

а) Докажите, что $\angle CLO_2 = 3\angle CD_2O_2$.

б) Найдите отношение $LD_2 : O_2D_2$.

Задание **17**.

В июле планируется взять кредит в банке на срок 15 лет. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.
Найдите , если известно, что за весь период выплатили на 15% больше, чем взяли в кредит.

Задание **18**.

Найдите все значения параметра а, при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^2 - 6x + a^2 + 2a}{2x^2 - ax - a^2} = 0$$

имеет ровно два различных решения.

Задание **19**.

Ученики одной школы писали тест. Результатом каждого ученика является целое неотрицательное число баллов. Ученик считается сдавшим тест, если он набрал не менее 85 баллов. Из-за того, что задания оказались слишком трудными, было принято решение всем участникам теста добавить по 7 баллов, благодаря чему количество сдавших тест увеличилось.

а) Могло ли оказаться так, что после этого средний балл участников, не сдавших тест, понизился?

б) Могло ли оказаться так, что после этого средний балл участников, сдавших тест, понизился, и средний балл участников, не сдавших тест, тоже понизился?

в) Известно, что первоначально средний балл участников теста составил 90, средний балл учеников, сдавших тест, составил 100, а средний балл учеников, не сдавших тест, составил 75. После добавления всем участникам теста по 5 баллов, средний балл учеников, сдавших тест, стал равен 103, а не сдавших - 79. При каком наименьшем числе участников теста возможна такая ситуация?