# Ответы к тренировочному варианту №45

1. 2,5
2. 2900000
3. 2,8
4. 0,089
5. 1
6. 81
7. -3,5
8. 2
9. 0,6
10. 18
11. 160
12. 30
13. а) $\boldsymbol{8\pi k,\ k \in Z}$; б) $\boldsymbol{8\pi; 16\pi}$
14. $\boldsymbol{\frac{10}{3} \cdot \sqrt{107}; arctg\left(\frac{\sqrt{7}}{10}\right)}$
15. $\left(\frac{2}{5}; \infty\right)$
16. **9**
17. **400**
18. $\left(\frac{2}{3}; \infty\right)$
19.

**Ответ**: **а)** да; **б)** 14343; **в)** 73**.**

**Решение.**

**а**) По условию, для формирования любого члена последовательности должна быть выполнена одна из операций: $a_{k+1}=a_k+72$ или $a_{k+1}=a_k/2$. При этом, каждое натуральное число последовательности ($a_n$) четное и должно быть кратно 72, 8 и 4. Чтобы последовательность состоять из 5 различных чисел, необходимо, чтобы 5 операций формировали одни и те же числа и операции деления уравновешивались операциями вычитания чисел. Так, первое деление равносильно двум вычитаниям ($\frac{4a}{2} = 2a \equiv 4a - a - a$), второе подряд деление равносильно одному вычитанию $\left(\frac{2a}{2} = a \equiv 2a - a\right)$. Значит, 2(два) деления подряд равносильны 3(трем) вычитаниям, которые соответственно равносильны 3(трем) сложениям.

Пусть 4a – первое число последовательности. Постараемся найти цепочку вида: $4a \to \mathbf{2a} \to a \to a + \mathbf{72} \to a + \mathbf{72 + 72} \to \mathbf{a + 72 + 72 + 72.}$ Для зацикливания этой цепочки требуется, чтобы 4a = a + 216. Это уравнение имеет единственное натуральное решение: a = 72. Действительно, имеем цепочку, состоящую из 5 различных натуральных чисел:

$\mathbf{288} \to 144 \to 72 \to 144 \to 216 \to \mathbf{288.}$

**б**) По условию или $a_{200} = a_{199}/2$, или $a_{200} = a_{199} + 72$ или $a_2 = a_1/2$, или $a_2 = a_1 + 72$. Но $a_1=15$ нечетное число, $a_2$ – натуральное число, поэтому есть одна ровно одна возможность:

$a_2=15+72=87$. $a_2$ – снова нечетное число, поэтому для $a_3$ снова есть ровно одна возможность. Так всякий раз будут получаться нечетные числа, поскольку сумма нечетного и четного числа является нечетным числом. Поэтому при формировании чисел последовательности остается вариант: $a_{k+1}=a_k+72$, и исключается вариант: $a_{k+1}=a_k/2$. Получаем: $a_{200} = 15+72\cdot199 = 14343$.

**в**) Рассмотрим крайний случай: при формировании чисел последовательности ($a_n$) выполняется подряд 198 операций деления ($a_{199} = a_{198}/2$) и одна операция сложения (последняя 199 операция): $a_{200}=a_{199} + 72$. Тогда первые натуральных 199 чисел последовательности представляют собой конечную убывающую геометрическую прогрессию: $a_1= 2^{197}$, $q=\frac{1}{2}$, где $a_{k+1}=a_1 \cdot q^k$, тогда $a_{199} =1$.

Поэтому значение наименьшего $a_{200}$ может быть равно: $a_{200} = 1 + 72 = 73$.