

Тренировочный вариант №45

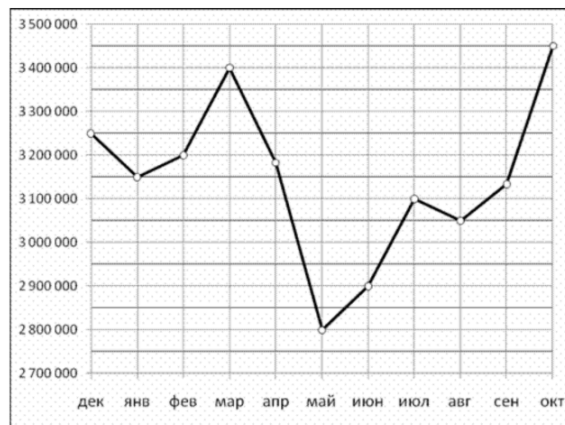
Часть 1.

1.

Марья Ивановна купила в «Пятерочке» 2 кг апельсинов. Потом она зашла в «Перекресток» и увидела, что там стоимость апельсинов на 20% меньше. Сколько кг апельсинов смогла бы купить Марья Ивановна в «Перекрестке» за те же деньги?

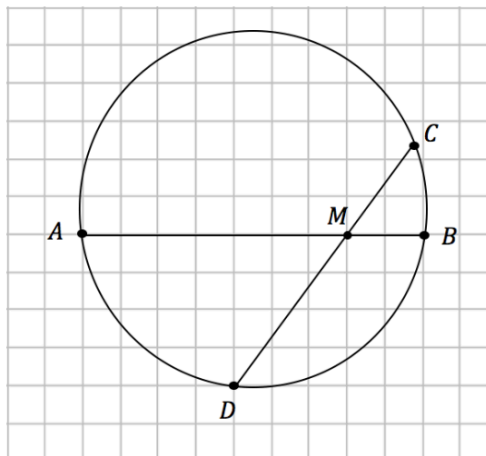
2.

На рисунке жирными точками показана месячная аудитория поискового сайта Ya.ru во все месяцы с декабря 2008 по октябрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество человек, посетивших сайт хотя бы раз за данный месяц. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую месячную аудиторию сайта Ya.ru в летний период.



3.

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена окружность с двумя пересекающимися хордами. Пользуясь рисунком, найдите длину отрезка CM .



4.

На музыкальный фестиваль приехали исполнители из разных стран: пятеро из Германии, шестеро из России и восемь человек из Чехии. Очередность выступлений определяется жеребьевкой. Чему равна вероятность того, что первые три выступающих будут из одной страны? Результат округлите до тысячных.

5.

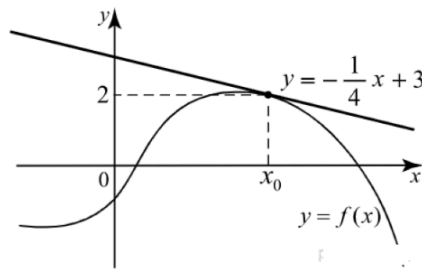
Решите уравнение: $|x^2 + x - 3| = x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший корень.

6.

Через точку M , лежащую внутри треугольника ABC , проведены три прямые, параллельные его сторонам. При этом образовались три треугольника, площади которых равны 4, 9 и 16. Найдите площадь треугольника ABC .

7.

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведённая в точке x_0 . Уравнение касательной показано на рисунке. Найдите значение функции $g(x) = 6f'(x) - f^2(x) + 2$ в точке x_0 .



8.

Основание прямой призмы — прямоугольный треугольник с острым углом 60° и противолежащим катетом 2 см. Площадь большей боковой грани равна 4 см^2 . Найдите объем призмы.

9.

Найдите $\text{tg}^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$, если $\cos \alpha = \frac{1}{4}$

10.

В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = at^2 + bt + H_0$, где $H_0 = 3 \text{ м}$ — начальный уровень воды, $a = \frac{1}{108} \text{ м/мин}^2$, и $b = -\frac{1}{3} \text{ м/мин}$ — постоянные, t — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

11.

Для рытья котлована выделили два экскаватора. После того, как первый проработал 2 часа, его сменил второй, который за три часа закончил работу. Вся работа один второй экскаватор выполнил бы на 4 часа быстрее, чем один первый экскаватор. За какое время выкопят котлован оба экскаватора, работая вместе? Ответ запишите в минутах.

12.

Найдите наибольшее значение функции $f(x) = 3\sqrt{4x+5} + 4\sqrt{31-4x}$ на отрезке $[-1, 25; 7, 75]$.

Часть 2.

Задание **13.**

а) Решите уравнение

$$\cos 2x + \cos \frac{3x}{4} = 2\sqrt{2} \sin \frac{121\pi}{4}$$

б) Укажите корни, принадлежащие промежутку $[25; 51]$

Задание 14.

Основание четырехугольной пирамиды $SABCD$ - параллелограмм $ABCD$ с центром O . Точка M - середина ребра SC , K - середина ребра SA .

- Докажите, что плоскость BMK делит ребро SD в отношении $1 : 2$, считая от вершины S .
- Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью BMK и угол между плоскостями BMK и ABC , если пирамида правильная, $AB = 10$, $SC = 8$.

Задание 15.

Решите неравенство:

$$\log_3(25x^2 - 4) - \log_3 x \leq \log_3(26x^2 + \frac{17}{x} - 10)$$

Задание 16.

В остроугольном треугольнике ABC угол A равен 60° . Высоты BN и CM пересекаются в точке H . Точка O - центр окружности, описанной около треугольника ABC .

- Докажите, что $AH = AO$.
- Найдите площадь треугольника AHO , если $BC = 6\sqrt{3}$, $\angle ABC = 45^\circ$.

Задание 17.

На каждом из двух комбинатов работает по 1000 человек. На первом комбинате один рабочий изготавливает за смену 3 детали А или 1 деталь В. На втором комбинате для изготовления $10t$ деталей (и А, и В) требуется t^2 человеко-смен.

Из этих деталей собирают изделие, для изготовления которого нужна 1 деталь А и 3 детали В. При этом комбинаты договариваются между собой изготавливать детали так, чтобы можно было собрать наибольшее количество изделий. Сколько изделий при таких условиях можно собрать за смену?

Задание 18.

Определить все значения параметра b , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} 25^x - 5^{x+y} \leq \frac{24b-15}{3b-2} \\ 3 \cdot 5^{x+y} - 4 \cdot 25^y \geq 8 \end{cases}$$

имеет решение.

Задание 19.

(a_n) – последовательность из 200 натуральных чисел. Каждый следующий член последовательности либо на 72 больше предыдущего, либо в 2 раза меньше предыдущего.

- Может ли эта последовательность состоять из 5 различных чисел?
- Какому значению может равняться a_{200} , если $a_1 = 15$?
- Какое наименьшее a_{200} ?