Тренировочный вариант №46

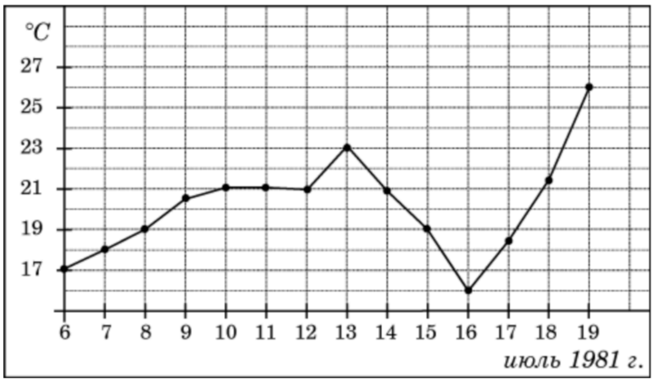
Часть 1.

1.

В школе два седьмых класса. В первом 20 учеников, и их средний рост равен 159 см. Во втором – 30 учеников, их средний рост равен 154 см. Найдите средний рост всех семиклассников школы.

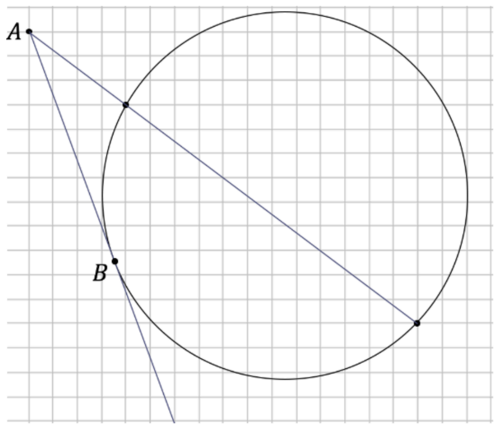
2.

На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Бресте каждый день с 6 по 19 июля 1981 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку сколько дней из указанного периода температура не превышала 21 градус.



3.

На клетчатой бумаге с размером клетки 1 × 1 изображена окружность. Пользуясь рисунком, найдите длину касательной *AB.*



4.

При покупке лотерейного билета стоимостью 20 рублей вероятность выиграть 1000 рублей равна 0,5%, вероятность выиграть 100 рублей равна 10%, вероятность выиграть 10 рублей равна 20%. Найдите средний ожидаемый выигрыш при покупке пяти билетов.

5.

Решите уравнение $2^{\sin(\frac{\pi(x-1)}{4})} = 0,5$. В ответ запишите наименьший положительный корень.

6.

Диагональ равнобокой трапеции составляет с основанием угол $45°$. Найти длину диагонали, если площадь трапеции равна 72.

7.

Прямая $y = -\frac{x}{3} + 5$ перпендикулярна касательной к графику функции $y = 3x^2 + 6x - 2$. Найдите абсциссу точки касания.

8.

Площадь боковой поверхности конуса вдвое больше площади основания. Найдите угол между образующей конуса и плоскостью основания.

9.

Найдите значение выражения:

$$\frac{27 \cdot (1,7^3 - 1,5^3)}{5,1^2 + 5,1 \cdot 4,5 + 4,5^2}$$

10.

Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности In, оперативности Op, объективности публикаций Tr, а также качества сайта Q. Каждый отдельный показатель – целое число от 0 до 4.

Составители рейтинга считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций — впятеро дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид $R = \frac{2In + Op + 5Tr + Q}{A}$.

Если по всем четырем показателям какое-то издание получило одну и ту же оценку, то рейтинг должен совпадать с этой оценкой. Найдите число A, при котором это условие будет выполняться.

11.

Два автомобиля выехали из пунктов А и В навстречу друг другу. Через два часа они встретились, затем не останавливаясь поехали дальше, доехали до пунктов В и А соответственно и не задерживаясь поехали обратно. Через какое время после первой встречи автомобили встретятся второй раз?

12.

Найдите наименьшее значение функции $f(x) = 2x^3 - lnx$ на отрезке $[1; e]$

Часть 2.

Задание **13.**

а) Решите уравнение

$$\sin 2x + 5(\sin x + \cos x) + 1 = 0$$

б) Укажите корни, принадлежащие промежутку $[-5\pi; -\frac{7\pi}{2}]$

Задание **14.**

Основание четырехугольной пирамиды $SABCD$- параллелограмм $ABCD$. Боковые ребра SA и SD равны. Точка M лежит на боковом ребре ребра SC и не совпадает с его концами. Плоскость α проходит через точку M параллельно прямым BC и SA.

а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью α - равнобедренная трапеция.

б) Найдите расстояние от точки A до плоскости α, если боковая сторона трапеции равна меньшему основанию, а все ребра пирамиды равны 1.

Задание **15.**

Решите неравенство:

$$\sqrt{x+\frac{1}{x^2}}+\sqrt{x-\frac{1}{x^2}}\leq\frac{2}{x}$$

Задание **16.**

В параллелограмме $ABCD$ прямые l_1 и l_2 являются биссектрисами углов A и C соответственно, а прямые m_1 и m_2- биссектрисами углов B и D соответственно. Расстояние между l_1 и l_2 в $\sqrt{3}$ раз меньше расстояния между m_1 и m_2.

а) Найдите угол BAD.

б) Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABD, если $AC=\sqrt{\frac{22}{3}}, BD=2.$

Задание **17.**

Пенсионный фонд владеет ценными бумагами, стоимость которых составляет $\sqrt{N}$ млрд руб. в конце N-го года (N=1;2;...). В конце любого года пенсионный фонд может продать эти ценные бумаги и положить деньги на счет в банке, при этом в конце каждого следующего года сумма на счете будет увеличиваться на p процентов. Пенсионный фонд хочет продать ценный бумаги так, чтобы в конце тринадцатого года сумма на его счету была наибольшей. Расчеты показали, что для этого ценные бумаги нужно продавать строго в конце девятого года. При каких значениях p это возможно?

Задание **18.**

Найдите все значения параметра a, при которых уравнение $log_2(4^x+log_2 a)=x$ имеет единственное решение.

Задание **19.**

Из первых 22 натуральных чисел выбрали 2*k* различных чисел. Выбранные числа разбили на пары и посчитали суммы чисел в каждой паре. Оказалось, что все полученные суммы различны и не превосходят 27.

а) Может ли получиться так, что сумма всех 2*k* выбранных чисел равняется 170 и в каждой паре одно из чисел ровно в три раза больше другого?

б) Может ли число *k* быть равным 11?

в) Найдите наибольшее возможное значение числа *k*.