

## Тренировочный вариант №49

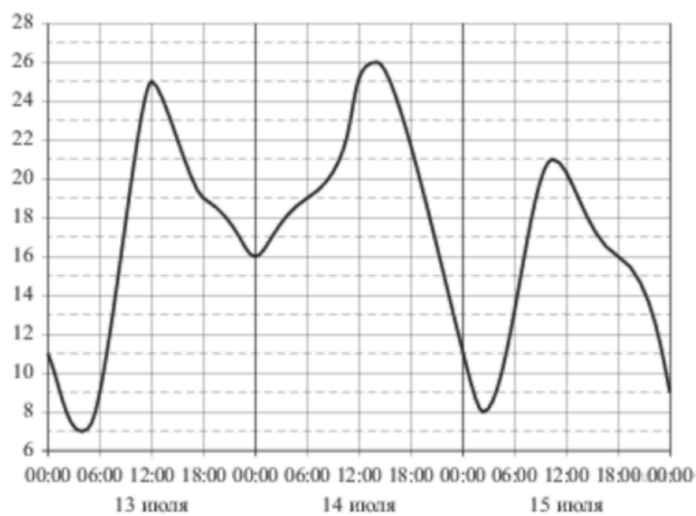
### Часть 1.

#### 1.

В кухню, размеры которой  $3 \times 3,5$  м требуется купить плитку на пол. Размер одной плитки  $25 \times 10$  см. В одной упаковке 16 плиток, стоимость упаковки 280 руб. При покупке на сумму выше 7200 руб магазин предоставляет скидку 10 процентов. Найдите наименьшую стоимость плитки для ремонта кухни.

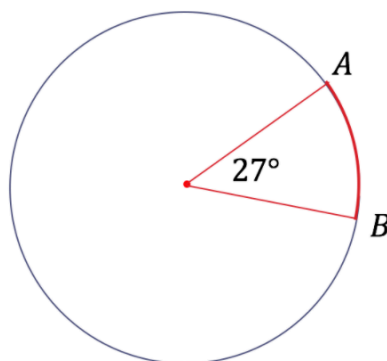
#### 2.

На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку на сколько процентов средняя температура 13 июля больше средней температуры 15 июля. Ответ округлите до целого.



#### 3.

Найдите длину окружности, изображенной на рисунке, если длина дуги  $AB$  равна 12.



#### 4.

Иван Иванович едет на старой машине из деревни Малый Трындец в деревню Большой Трындец, расстояние между которыми 120 км. По дороге он должен миновать хутора Выселково и Высерково, расстояние между которыми 15 км. Машина Ивана Ивановича может сломаться в любой момент. С какой вероятностью она сломается на дороге между хуторами?

**5.**

Решите уравнение:  $\frac{x^2}{x-1} = \frac{4x-3}{x-1}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньших из них.

**6.**

В параллелограмме  $ABCD$  высота, опущенная из вершины тупого угла  $B$  делит сторону  $AD$  на отрезки  $AK=64$  см,  $KD=225$  см. Определить длину диагонали  $BD$ , если она перпендикулярна к боковой стороне.

**7.**

Найдите сумму коэффициентов касательных к графику функции  $y = x^2 - x - 6$ , проходящих через точку  $M(2, -5)$ .

**8.**

В правильной треугольной пирамиде двугранный угол при основании равен  $30^\circ$ , сторона основания равна 4. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

**9.**

Найдите значение выражения  $\sqrt{14 + 6\sqrt{5}} + \sqrt{14 - 6\sqrt{5}}$

**10.**

Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием  $f = 80$  см. Расстояние  $d_1$  от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 330 до 350 см, а расстояние  $d_2$  от линзы до экрана — в пределах от 80 до 105 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение  $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$ . Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким. Ответ выразите в сантиметрах.

**11.**

Из двух пунктов  $A$  и  $B$  навстречу друг другу вышли два пешехода. Когда они встретились, то оказалось, что первый прошел на 6 км больше второго. После встречи каждый из них продолжил свой путь и первый пришел в  $B$  через 2 часа, а второй в  $A$  через 4,5 часа. Найти расстояние между пунктами  $A$  и  $B$ .

**12.**

Найдите сумму целых значений функции  $y = x^3 + 3x^2 + 4$  на отрезке  $[-3; 2]$

Часть 2.

**Задание 13.**

а) Решите уравнение

$$\cos 3x - \cos 2x = \cos 4x - 3|\cos x|$$

б) Укажите корни, принадлежащие промежутку  $[-4; -1, 5]$

**Задание 14.**

Точка  $P$  лежит на ребре  $AD$  правильного тетраэдра  $ABCD$ , причем  $AP : PD = 1 : 2$ . Плоскость, проходящая через точку  $P$  перпендикулярно ребру  $CD$ , пересекает это ребро в точке  $M$ , а ребро  $BD$  — в точке  $Q$ .

а) Докажите, что плоскость  $PMQ$  делит высоту пирамиды пополам.

б) Найдите объем треугольной пирамиды  $QABC$ , если объем пирамиды  $DPMQ$  равен  $V$ .

**Задание 15.**

Решите неравенство:

$$3^{\log_{|x|} 27} \geq \frac{81}{x}$$

**Задание 16.**

Через вершину  $C$  треугольника  $ABC$  и центр  $I$  вписанной окружности проведена прямая, пересекающая описанную окружность в точке  $E$ . Известно, что отрезок  $IE$  равен  $6\sqrt{7}$ , а радиус описанной окружности равен  $7\sqrt{3}$ .

а) Докажите, что  $IE = EB$ .

**Задание 17.**

Производство некоторого товара облагалось налогом в размере  $t_0$  рублей за единицу товара. После того, как государство, стремясь нарастить сумму налога за счет увеличения производства товара уменьшило налог вдвое (до  $\frac{t_0}{2}$  рублей за единицу товара), сумма налоговых поступлений не изменилась. На сколько процентов государство следует изменить налог после такого уменьшения, чтобы добиться максимальных налоговых поступлений, если известно, что при налоге, равном  $t$  рублей за единицу товара, объем производства составляет  $10000 - 2t$  единиц и это число положительно?

**Задание 18.**

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(5x + a)^2 - (|x| + \sqrt{6|x| - x^2} - 6)(5x + a) + (|x| - 6)\sqrt{6|x| - x^2} = 0$$

имеет отличное от нуля четное число различных корней.

**Задание 19.**

На доске написаны различные последовательности чисел:

а)  $1, 2, 3, \dots, 2019$ .

Разрешается стереть два любых числа и вместо них написать их разность – неотрицательное число. Можно ли добиться, чтобы все числа были нулями?

б)  $1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128$ .

Разрешается стереть два любых числа и вместо них написать их разность – неотрицательное число. После семи таких операций на доске будет только одно число. Может ли оно равняться 97?

в)  $1, 2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^{10}$ .

Разрешается стереть два любых числа и вместо них написать их разность – неотрицательное число. Может ли полученное число быть четным?